Portfolio-Optimierungsmodelle mit Hedge Funds

Bachelorarbeit

in:
Financial Economics/Banking

am
Institut für schweizerisches Bankwesen,
Universität Zürich

bei
Prof. Dr. Thorsten Hens

Verfasser: Michael Schwarz

Matrikelnummer:	06-726-681
Adresse:	Bründlerstr. 2
	8330 Pfäffikon
Telefon	+41 44 950 39 50
E-mail	michael.schwarz@access.uzh.ch
Abgabe	24.1.2009

Executive Summary

Zur Portfolio-Optimierung mit Hedge Funds existieren in der aktuellen Finanzforschung eine Vielzahl von Modellen und Ansätzen, die deren, im Vergleich zu traditionellen Anlageklassen weit komplexeren, Risikocharakteristika zu berücksichtigen versuchen. In der vorliegenden Arbeit werden verschiedene, bestehende Modelle und deren Vor- und Nachteile geschildert und miteinander verglichen. Dazu werden zuerst die Hedge Fund-Eigenheiten herausgearbeitet. Die anschliessende Schilderung der moment-, verteilungs- und Black-Litterman-basierten Modelle ergibt, dass zahlreiche Ansätze existieren, die die Hedge Fund-Charakteristika besser berücksichtigen als die traditionellen Portfolio-Optimierungsmodelle. Allerdings konnten auch verschiedene Schwächen der einzelnen Modelle aufgezeigt werden. Die spärlich vorhandenen und oft verzerrten Daten über Hedge Funds bereiten allen Modellen Probleme, welche sich nicht voll entschärfen lassen. Es konnten allerdings einige Ansätze gezeigt werden, die geeignet sind, um die Datenproblematik zu mildern. Eigene Optimierungen zur multiplen Ziele-Methode ergaben, dass dieses Modell die höheren Momente, eines der Zusatzrisiken bei Anlagen in Hedge Funds, berücksichtigt und so dem Investor deren kontrolliertes Eingehen erleichtert. Als Problem stellte sich heraus, wie die Investorpräferenzen bezüglich dieser höheren Momente auf systematische Weise festgelegt werden können. Es konnte allerdings ein Ansatz gefunden werden, der die Präferenzfestlegung auf Marktpreisen abstützt und so keine Annahmen zu individuellen Vorzügen und Abneigungen bezüglich einzelner Momente benötigt.

Die eigenen Optimierungen haben ausserdem gezeigt, dass der Effekt, den Ko-Abhängigkeiten aufs Portfolio haben, beträchtlich sein können und daher die Ko-Momente in einem Portfolio-Optimierungsmodell mit Hedge Funds berücksichtigt werden sollten.

Der Vergleich der Modelle hat ergeben, dass alle momentbasierten Modelle die Problematik der Festlegung der Investorpräferenzen haben. Eine Problematik, die bei den verteilungsbasierten Modellen nicht besteht, da sie als einzige Annahme benötigen, dass höhere (gewichtete) Gewinnwahrscheinlichkeiten gegenüber tieferen bevorzugt werden und hohe (gewichtete) Verlustwahrscheinlichkeiten möglichst vermieden werden wollen. Der Vergleich der Modelle ergab zudem, dass viele Modelle wertvolle Innovationen bezüglich einzelnen Schritten des Portfolio-Optimierungsprozesses machen und daher vielfach eine Kombination verschiedener Modelle Sinn macht, um den Optimierungsprozess zu optimieren.

Inhaltsverzeichnis

Einleitung

Die Hedge Funds wiesen im Verlauf der letzten Jahre ein eindrückliches Wachstum auf. Sowohl ihre Zahl, als auch das von Hedge Funds verwaltete Vermögen sind stark gestiegen, nicht zuletzt dank institutionellen Investoren, die die Hedge Funds als Anlageklasse entdeckt haben. Aber auch die zunehmend populärer gewordenen Fund of Hedge Funds, die auch kleineren Investoren einen Zugang zu Hedge Funds ermöglichen, haben hierbei ihren Einfluss gehabt.
Cvitanic, Lazrak, Martellini und Zapatero (2002) sehen den Erfolg der Hedge Fund-Industrie einerseits im zusätzlichen Diversifikationseffekt, den ein Miteinbeziehen der Hedge Funds in ein Portfolio zu bewirken scheint, andererseits in ihrem Erwirtschaften einer Überrendite im Vergleich zum eingegangenen Risiko, sprich der Alphagenerierung, die Hedge Funds oft nachgesagt wird. Ersteres erklären sich Cvitanic et al. mit den Möglichkeiten Leerverkäufe zu tätigen und in andere nicht-traditionelle Anlageklassen zu investieren, die Hedge Funds im Gegensatz zu traditionellen Anlagefunds offen stehen. Für Letzteres zählen sie Ackermann, McEnally und Ravenscraft (1999) und etliche weitere auf, die zumindest in gewissen Segmenten der Hedge Fund-Industrie Evidenz für eine Alphagenerierung fanden.
Das starke Wachstum der Hedge Fund-Industrie und deren scheinbare Erwirtschaftung einer Überrendite hat auch das akademische Interesse geweckt, so dass die Zahl der Artikel über Hedge Funds beinahe noch stärker gewachsen ist als die Zahl der Hedge Funds. Die genaueren Untersuchungen der Hedge Fund-Renditen, brachten neben der Feststellung ihrer Alphagenerierung und ihrem Diversifikationseffekt auch Schattenseiten dieser neuen Anlageklasse zutage.
Amin und Kat (2003), Anson(2002) und weitere zeigen, dass die Hedge Fund-Renditen sich weit komplexer verhalten, als die Aktien- und Obligationenrenditen. Wie Davies, Kat und Lu (2006), Heidorn, Kaiser und Muschiol (2007), Popova et al. (2007) und weitere feststellen, ist daher eine traditionelle Optimierung nach Markowitz (1952) ungeeignet, um die Risiken der Hedge Funds angemessen zu berücksichtigen. Rein aus der Tatsache, dass eine Mittelwert-Standardabweichungs-Optimierung fast ausschliesslich in Hedge Funds investiert, schliessen auch Cvitanic et al, dass diese traditionellen Modelle für Hedge Funds ungenügend sind.
Weitere Probleme zur Vorhersage der Hedge Fund-Performance ergeben sich daraus, dass die Hedge Fund-Industrie kaum reguliert ist, über eine vergleichsweise kurze Historie verfügt und in den letzten Jahren ein dynamisches Wachstum aufwies.
Zur systematischen Einbindung der Hedge Funds in ein Portfolio wurden verschiedenste Modelle entwickelt, die die speziellen Eigenschaften der Hedge Funds berücksichtigen sollen. Als Ansätze finden sich Modelle, die die Hedge Fund-Eigenheiten durch die höheren Momente Schiefe und Kurtosis, durch eine genaue Spezifizierung von deren Renditeverteilung oder durch das Ausgehen von einem Marktprior nach Black und Litterman (1992) charakterisieren (der Marktprior gibt die reinen Erwartungen des Marktes wieder).
Ziel dieser Arbeit ist es die verschiedenen Portfoliooptimierungsmodelle, die sich zur Berücksichtigung der Hedge Fund in einem Portfolio eignen, zu beschreiben und dabei ihre Stärken und Schwächen herauszuarbeiten. Die hier vorgestellten Modelle wurden nicht alle spezifisch zur Hedge Fund-Beurteilung konstruiert, sondern teils zum Einbezug von Alternative Investments oder nicht-normalverteilten, illiquiden

Anlagen im Allgemeinen. Modelle zu Alternativen Investments können allerdings problemlos auch auf Hege Funds angewandt werden, da einerseits Hedge Funds ebenfalls zu den Alternative Investments gerechnet werden und andererseits weitere Alternative Investments, wie Private Equity, Real Estate oder Rohstofffunds, ebenfalls eine erhöhte Illiquidität und/oder nicht-normalverteilte Renditen aufweisen.
Im Folgenden werden zuerst die Eigenheiten der Hedge Funds genauer erläutert. Anschliessend folgt ein Beschrieb einiger, viel versprechender Modelle. Da diese Modelle oftmals auf bereits bestehenden, klassischen Modellen der Portfoliotheorie aufbauen, indem sie diese an die Hedge Fund-Eigenheiten anpassen, werden die betreffenden Grundmodelle ebenfalls kurz vorgestellt. So bauen im Prinzip alle momentbasierten Modelle auf der Idee des Markowitzmodells auf, die Rendite zum Verhältnis einer Risikokennzahl zu stellen. Ebenfalls ein traditionelles Portfolio-optimierungsmodell, das zur Hedge Fund-Beurteilung angepasst wird, ist die Black-Litterman-Methode.
Neben den Black-Litterman- und den momentbasierten Modellen konnte ich verteilungsbasierte Modelle als weitere Kategorie ausmachen. Die hier gemachte Kategorisierung darf allerdings nicht als sich gegenseitig ausschliessend verstanden werden, da beispielsweise verteilungsbasierte Modelle natürlich auch die höheren Momente zur Beschreibung der Verteilung benötigen und die Verteilung teils über Marktprioren wie bei Black und Litterman herleiten.
Zur multiplen Ziele-Methode, einem der momentbasierten Modelle, werden eigene Optimierungen vollzogen, die zeigen sollen, wie gross der optimale Anteil an Hedge Funds in einem Portfolio mit Aktien und Obligationen als weiteren Anlageklassen sein soll. Die eigene Optimierung demonstriert das Funktionieren der multiplen Ziele-Optimierung auf anschauliche Weise. Dies ist hilfreich, da die genaue Wirkungsweise der multiplen Ziele-Methode schwierig nur auf den, dem Modell zugrunde liegenden, Operationen zu erfassen ist,.
In einem letzten Schritt werden die verschiedenen Modelle miteinander verglichen und dabei ihre Vor- und Nachteile vorgeführt.

Hedge Funds: Charakteristika

Gemäss Purcell und Crowley (1998) können die Strategien der Hedge Funds grössere und vor allem weit komplexere Risiken haben als traditionelle Anlagen. Weil traditionelle Portfoliooptimierer diese spezifischen Charakteristika nicht voll erfassen, führen sie zu zu hohen Allokationen zu Hedge Funds. Die Hedge Funds spezifischen Charakteristika lassen sich grob in zwei Kategorien unterteilen. Einerseits haben Hedge Funds Risikoprofile, die sich von andern Anlageklassen stark unterscheiden, andererseits ergeben sich verschiedene Probleme bei der Bereitstellung von Daten bezüglich der historischen Performance der Hedge Funds. Um die Erfordernisse eines Portfoliooptimierers, der auch die Charakteristika der Hedge Funds adäquat behandelt, zu kennen, ist es unumgänglich etwas auf die Eigenheiten dieser Anlageklassen einzugehen. Viele Eigenheiten ergeben sich bereits aus der Definition der Hedge Funds. Darum wird im Folgenden zuerst eine Definition der Hedge Funds gegeben, bevor auf deren Daten- und Risikoproblematik eingegangen wird.

Definition Hedge Fund

Eine eher intuitive Definition der Hedge Funds machen Fung und Hsieh (2006): Ein Hedge Funds kommt zu Stande, weil ein Individuum denkt, es könne mit seiner Anlagestrategie überdurchschnittliche Renditen generieren, wozu es aber mehr Kapital benötigt als in seinem Besitz ist. Kapital kann nun durch Aufnahme von Fremdkapital beschafft werden. Meist wird dieses aber nicht in genügendem Masse zur Verfügung gestellt, so dass zusätzliches Kapital auf Eigentumsbasis, sprich durch den Verkauf von Fondsanteilen, beschafft werden muss. Geschieht dies auch nur unter Freunden und Verwandten, so kann im Prinzip bereits von einem Hedge Fund gesprochen werden.
Formaler wird ein Hedge Fund nach Purcell und Crowley (1998) definiert als eine privat organisierte Kapitalvereinigung, die vornehmlich in öffentlich gehandelte Wertschriften und deren Derivate investiert und häufig mit Einsatz von Fremdkapital (Leverage) arbeitet. Hedge Funds sind kaum reguliert. Gemäss Purcell und Crowley bezahlen sie ihre regulatorische Freiheit, indem es ihnen untersagt ist, Investoren über öffentliche Angebote zu suchen. Sie erhalten dafür gemäss Purcell und Crowley beinahe unbeschränkte Freiheiten bei der Wahl ihrer Investments, sei dies in Bezug auf die Anlageklasse oder die geographische Region. So können sie Leverage, Derivate und Leerverkäufe zur Realisation ihrer Anlagestrategie verwenden. Die Hedge Funds werden häufig nach ihren Strategien in verschiedene Kategorien wie Event Driven, Market Neutral, Convertible Arbitrage, Short Seller oder Global Macro Funds unterteilt. In dieser Arbeit wird nicht weiter auf die Unterschiede der verschiedenen Strategien eingegangen, sondern die Hedge Fund-Industrie jeweils als Einheit betrachtet und von einem Index ausgegangen, wo alle wichtigen Strategien enthalten sind. Weitere Informationen zu den einzelnen Strategien finden sich in der zahlreichen Hedge Fund-Literatur oder beispielsweise bei HFR (2008).
Organisiert sind Hedge Funds als Kommanditgesellschaft oder Gesellschaft mit beschränkter Haftung (limited partnership und limited liability company). Aus steuerlichen und regulatorischen Gründen sind sie oftmals Offshore domiziliert. Häufig dienen als Offshore-Domizile die Cayman Islands, die Bahamas oder die Niederländischen Antillen.
Verglichen mit traditionellen Anlagefonds verlangen Hedge Funds gemäss Purcell und Crowley aggressive Gebühren, die für gewöhnlich bei jährlich 1% bis 2% des verwalteten Vermögens sowie bei 20% der kumulativen Renditen liegen. Als Investoren kommen auf Grund der hohen Mindesteinlagen, die meist eine Million übersteigen, vor allem die High Net Worth Individuals, institutionelle Investoren oder Funds of Hedge Funds in Frage.
Bacmann und Gawron (2004) führen die Attraktivität der Hedge Funds auf deren gute, historische Performance bei niedriger Volatilität und geringer Korrelation mit traditionellen Anlageklassen zurück.

Hedge Funds: Datenproblematik

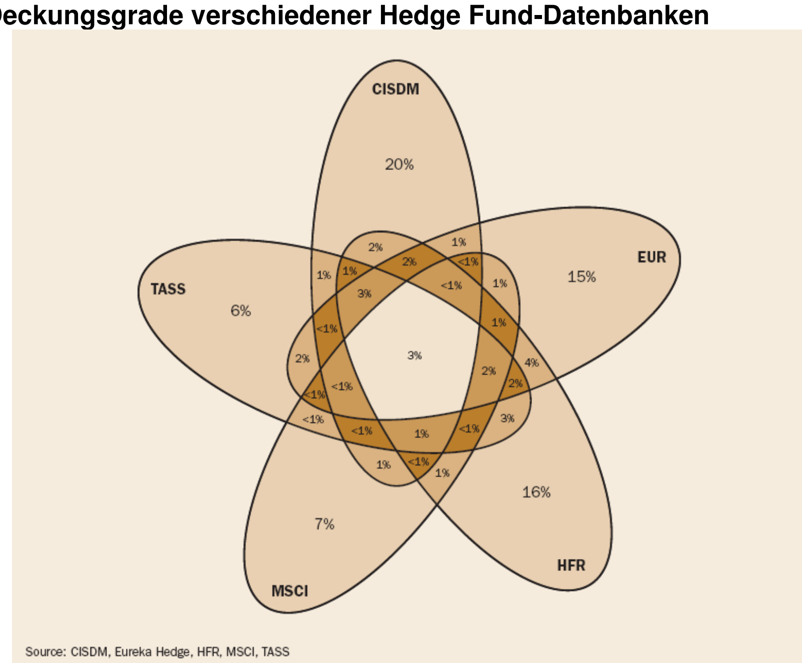
Da Hedge Funds kaum reguliert sind und auf rein privater Basis geführt werden, wird die Erfassung der Performance der gesamten Hedge Fund-Industrie verunmöglicht.

Gemäss Fung und Hsieh (2000) können Investoren und Akademiker Informationen zur Hedge Fund-Industrie nur über Datenbankanbieter beziehen, die ihrerseits auf kooperative Hedge Fund Manager angewiesen sind, welche die Daten über ihre Hedge Funds auf freiwilliger Basis zur Verfügung stellen. Dies wird vornehmlich aus Eigeninteresse, namentlich zur Anziehung neuer Investoren, getan. Dadurch weisen die Datenbanken die so genannte Survivorship-, die Selection- und die Backfill-Verzerrung auf. Weitere Probleme entstehen aus der Illiquidität der Anlagen der Hedge Funds und der Tatsache, dass die Hedge Funds eine relativ neue Erscheinung an den Finanzmärkten sind. Die Illiquidität entsteht, weil Hedge Fund Investments für gewöhnlich im besten Fall monatlich aufgelöst werden können, was allerdings auch nur bei rechtzeitiger Ankündigung des Rückzugs möglich ist. So vergehen zwischen Desinvestitionsentscheid und Auszahlung der Kapitaleinlage normalerweise zwischen zwei Monaten und einem Jahr. Auch die Performancemeldungen erfolgen für gewöhnlich in Monats- bis Halbjahresintervallen. Zusammen mit der kurzen Geschichte der Hedge Funds bedeutet das, dass nur eine sehr eingeschränkte Menge von Hedge Fund-Daten vorhanden sind.

Hedge Funds-Indices

Die Tatsache, dass die gesamte Hedge Fund-Industrie durch ihren tiefen Regulierungsgrad nicht erfasst werden kann, bringt auch für die Index-Gestaltung und Interpretation Schwierigkeiten. So führt die Freiwilligkeit der Datenmeldung zu bereits erwähnten und später genauer erläuterten Verzerrungen. Ein weiteres Problem entsteht dadurch, dass die Hedge Funds ihre Performance gemäss Fung und Hsieh (2006) oftmals nur einer einzelnen Datenbank melden, was zu einer grossen Heterogenität verschiedener Indizes führt.

Abbildung 1[1]: Deckungsgrade verschiedener Hedge Fund-Datenbanken



Survivorship-Verzerrung

Die Survivorship-Verzerrung entsteht, weil die Datenbanken, welche die Hedge Fund Indizes bereitstellen, nur aus Hedge Funds bestehen, die zum betrachteten Zeitpunkt

[1] Fung und Hsieh(2006), pp. 6

noch existieren. Alle Hedge Funds, die nicht überleben, fallen aus diesen Datenbanken. Nun ist anzunehmen, dass die nicht überlebenden Hedge Funds besonders schlechte Renditen erwirtschaftet haben, womit die Performance eines Hedge Fund-Indexes, der die nicht überlebenden Hedge Funds ausschliesst, ungerechtfertigt hoch ist. Allerdings ist nicht zwingend, dass ein Hedge Funds, der plötzlich aufhört zu rapportieren, schliessen musste. Es ist auch denkbar, dass er dies tut, weil kein weiteres Kapital mehr angezogen werden will und damit kein Interesse mehr besteht die Renditen weiterhin zu melden. Dies geschieht meist mit der Überlegung, dass die Strategie der Alpha-Generierung mit mehr Kapital zu Lasten der Rendite gehen würde, da die betreffende Strategie mit dem vorhandenen Kapital bereits optimal ausgeführt werden kann. Gemäss Ackermann (1999) fällt letzteres stark genug ins Gewicht, um die Survivorship-Verzerrung aufzuheben. Evidenz dagegen findet Liang (2000), die eine Survivorship-Verzerrung von mehr als zwei Prozent feststellt. Konsistent damit finden Fung und Hsieh (2000) Evidenz für eine Survivorship-Verzerrung von drei Prozent. Amman und Moerth (2006) finden gar eine Survivorship-Verzerrung von über drei Prozent. Allerdings stellen sie fest, dass bei kapitalgewichteten Indizes die Survivorship-Verzerrung unter ein Prozent fällt. Das erklären sie dadurch, dass kleinere Hedge Funds eine kleinere Überlebenswahrscheinlichkeit haben und deren häufigere Schliessung die gleichgewichteten Indizes stärker beeinflusst.

Backfill-Verzerrung

Zur Backfill-Verzerrung kommt es, weil Anbieter beim Einbezug eines neuen Hedge Funds oft auch dessen Renditen vor der Aufnahme des Hedge Funds in die Datenbank mit einbeziehen. Die Hedge Funds kommen demzufolge mit einer plötzlichen Geschichte in die Datenbank, weshalb die Backfill- auch Instant-History-Verzerrung genannt wird. Es liegt auf der Hand, dass von Seiten der Hedge Funds vor allem nach einem Zeitabschnitt mit guter Performance der Eintrag in eine Datenbank angestrebt und damit eine Verzerrung nach oben erzeugt wird. Je nach verwendeter Datenbank schätzten Fung und Hsieh (2000) die Backfill-Verzerrung auf 1.4 bis 3.6 Prozent pro Jahr.

Selection-Verzerrung

Die Selection-Verzerrung kommt gemäss Fung und Hsieh (2000) zu Stande, weil Hedge Funds ihre Daten den Datenbankanbietern nur zur Verfügung stellen, wenn sie eine überzeugende Performance aufweisen. Wie bei der Survivorship-Verzerrung ist gemäss Fung und Hsieh auch hier das Umgekehrte denkbar, was die Magnitude der Selection-Verzerrung reduziert. Fung und Hsieh (2000) gehen dennoch davon aus, dass die Hedge Fund Performance der Industrie geringer ist als diejenige, die in den Datenbanken ersichtlich ist.

Korrektur der Verzerrungen durch die Verwendung von Fund of Hedge Funds

Fung und Hsieh (2000) zeigen, dass die Survivorship-, die Backfill- und die Selection-Verzerrung durch Verwendung eines Fund of Hedge Fund Indices stark reduziert werden können. Die Survivorship-Verzerrung wird dabei nach Fung und Hsieh reduziert, weil die Track-Records von Funds of Hedge Funds auch die Performance der Funds enthalten, die aufgehört haben an Datenbanken zu rapportieren, sei das nun weil sie schliessen mussten oder wegen einer überdurchschnittlich guten Performance. Die Survivorship-Verzerrung, die durch die Schliessung von Funds of Hedge Funds entsteht, sehen Fung und Hsieh als unwichtig an, weil die Hedge Fund-Industrie überlebt hat und die Konkurs gegangenen Funds of Hedge Funds demzufolge schlechte Indikatoren für die Performance der Hedge Fund-Industrie gewesen wären. Mit der gleichen Argumentation wie bei der Survivorship- sehen Fung und Hsieh auch das Problem der Selection-Verzerrung gelöst. Die Backfill-Verzerrung entfällt gänzlich, da die Performance einzelner Hedge Funds erst ab dem Tag des Investments in den jeweiligen Hedge Funds, in den Fund of Hedge Funds-Renditen ersichtlich werden. Die Selection-Verzerrung besteht gemäss Fung und Hsieh ebenfalls nicht, da die Funds of Hedge Funds durch ihr breites Diversifizieren keiner Kapazitätsgrenze unterliegen und somit immer Interesse an weiterem Kapital und damit an der Performanceapportierung haben.

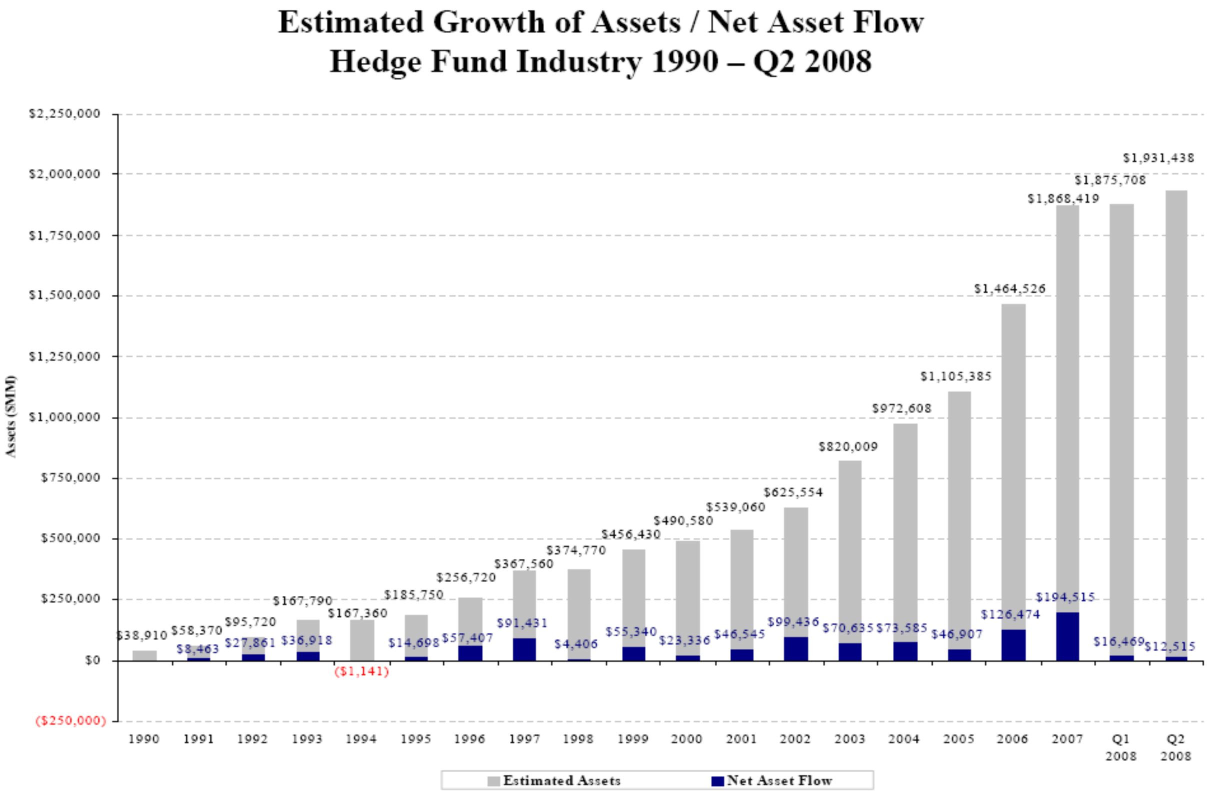
Autokorrelation

Davies, Kat und Lu (2006) beschreiben die Problematik der Autokorrelation wie folgt: Hedge Funds investieren häufig in illiquide und nicht öffentlich gehandelte Wertschriften, deren Preis schwierig festzulegen ist. Um trotzdem einen monatlichen Wert anzugeben, müssen sie auf alte Preise oder die Transaktionskosten ähnlicher, aber liquiderer Anlagen zurückgreifen. Bei dieser Annäherung kommt es aber leicht zu einer Glättung der monatlichen Renditen, was man an der Autokorrelation erkennen kann. Das führt dazu, dass die wahre Standardabweichung unterschätzt wird. Getmansky und Makarov (2003) haben die Illiquidität der Hedge Funds als plausibelste Ursache für deren Autokorrelation mit einem ökonometrischen Modell nachgewiesen.

kurze Historie

Die Hedge Funds sind ein junges Phänomen der Finanzindustrie, haben aber in den letzten Jahren gemäss Ammann und Moerth (2006) ein beeindruckendes Wachstum gezeigt und zwar hinsichtlich der Anzahl Funds und des Betrages an verwalteten Anlagen. Zwar wurde der erste Hedge Funds gemäss Purcell und Crowley (1998) bereits 1949 von Alfred Winslow Jones gegründet und dessen Erfolg veranlasste bis 1968 weitere Hedge Funds-Gründungen. Als dann nach einem langen Bullenmarkt, der viele der Hedge Funds zu aggressivem Leveraging und hohem Markt-Exposure verleitete, 1969 ein Marktabschwung kam, verschwanden viele davon wieder und die Hedge Funds wurden erst Mitte der 80er wieder populärer.
Seither hatten sie jedoch, wie Abbildung 2 der von Hedge Funds verwalteten Anlagen seit 1990, eindrücklich zeigt, ein dramatisches Wachstum zu verzeichnen. Die Ausschläge sind in Millionen Dollar angegeben und zeigen ein Stagnieren seit Beginn der Finanzkrise.

Abbildung 2[2]



Die erst jüngst aufgetretene Bedeutung der Hedge Funds als Anlageklasse bringt allerdings auch einige Nachteile mit sich. Die Zeitreihen sind gemäss Davies, Kat und Lu (2006) nicht lang genug für eine fundierte statistische Analyse. Die längste Zeitreihe zu Hedge Funds bietet der CS/Tremont Hedge Fund Index, der bis -1994 zurückreicht. Damit sind in den Zeitreihen nur wenige Schocks enthalten, anhand derer das Verhalten der Hedge Funds bei extremen Ereignissen beobachtet werden konnte.

Das zweite Problem beim Rückschluss der historischen Performance der Hedge Funds auf deren zukünftige Renditen ist ihr starkes Wachstum. Gemäss Inker, Mayo und Otterloo (2008) sind die Quellen der (überdurchschnittlichen) Hedge Funds-Renditen der sichere Zinssatz als Entschädigung der Opportunitätskosten des Kapitals, das eingegangene Marktrisiko gemessen am Beta des Hedge Fund und 4.9 Prozent Alpha, das allerdings durch die Illiquidität der Anlagen und die obig genannten Verzerrungen relativiert wird.

Nun haben aber Inker, Mayo und Otterloo beobachtet, dass das Alpha sich seit den Anfängen der Branche verkleinert hat und gar zu verschwinden scheint. Amman und Moerth (2006) begründen dies damit, dass die grössere Anzahl Hedge Funds die Marktineffizienzen, welche die Alphagenerierung ermöglichen, schneller beseitigen und zu einer zunehmenden Effizienz der Märkte, aber damit auch zu geringeren Alpha-Möglichkeiten für die Hedge Funds führen. Es entsteht dadurch eine grosse Unsicherheit über die Fähigkeit und das Ausmass, in dem Hedge Funds weiterhin Überrenditen erwirtschaften können.

Gleichzeitig wurde eine Zunahme der Korrelation mit traditionellen Asset-Klassen beobachtet. Möglicherweise ist dies eine Folge der schwindenden Möglichkeiten zur Alphagenerierung, da bei Fortbestand der Renditeverpflichtungen diese vermehrt durch Eingehen von Marktrisiko erwirtschaftet werden mussten. Allerdings werden

[2] HFR Global Hedge Fund Industry Report, 2008 Q2, pp.13

eventuell durch die Ereignisse des Herbstes 2008, die auch in der Hedge Fund-Industrie eine Konsolidierung auslösten, wieder Kapazitäten für die überlebenden Hedge Funds frei.
Wie Péziers und White (2008) treffend feststellen, wird die Voraussage der Performance von alternativen Investments, darunter auch die von Hedge Funds, immer subjektiv bleiben, weil die historischen Informationen nur limitiert vorhanden sind und in diesen sich schnell entwickelnden Segmenten nur zu oft eine kaum vorhersehbare Dynamik herrscht.

Hedge Funds: Risiken

Problematik höherer Momente

Amin und Kat (2003), Anson (2002), Kat und Miffre (2006), Jondeau und Rockinger (2005) und weitere zeigen, dass die Renditeverteilung der Hedge Fund sowohl signifikante Schiefe und Kurtosis als auch signifikante Ko-Schiefe und Ko-Kurtosis untereinander und/oder mit Aktien haben. So ist der allgemeine Konsens mittlerweile, dass zur Hedge Funds-Beurteilung die reine Standardabweichung als Risikomass unzureichend ist.
Ein Problem stellt nun gemäss Davies, Kat und Lu (2006) dar, dass höhere Momente durch seltene Ausreisser stark beeinflusst werden, was an sich mehr Datenpunkte zu den einzelnen Hedge Funds (-Indices) erfordern würde, als tatsächlich verfügbar sind. Die meisten hier folgenden Modelle berücksichtigen Schiefe und Kurtosis auf irgendeine Weise. Darum sind deren Resultate mit einer gewissen Vorsicht zu geniessen, weil die Messung dieser höheren Momente wegen der knapp vorhandenen Daten mit einer gewissen Unsicherheit behaftet ist.
Zu Stande kommt das erhöhte Risiko bezüglich Schiefe und Kurtosis gemäss Bacmann und Gawron (2004) durch die komplexen Handelsstrategien und die daraus resultierenden, optionsähnlichen Payoff-Strukturen, die von Hedge Funds angewandt werden.

Marktrisiko

Gemäss Purcell und Crowley (1998) besteht bei Hedge Funds das Marktrisiko weiter, weil die meisten Hedge Funds sich nicht völlig neutral vom Markt positionieren, sondern eine Net-Long Position einnehmen, um vom langfristigen Wachstum der Weltmärkte profitieren zu können. Insbesondere in Zeiten langer Bullenmärkte können gemäss Purcell und Crowley viele Manager nicht widerstehen, gar auf einer gehebelten Basis, auf den Markt zu setzen. Als weiteren Grund des Marktrisikos erwähnen Purcell und Crowley, dass gewisse von Hedge Funds verfolgte Titel zu exotisch sind, um eine Hedgingmöglichkeit dazu zu finden (wobei sich die Frage stellt, ob man in diesem Fall statt von Markt- nicht besser von spezifischem Titelrisiko sprechen würde).

operationelles Risiko

Die operationellen Risiken treten in der wenig regulierten Hedge Fund-Landschaft vermehrt auf. Darunter fallen gemäss Busse und Nothaft (2007) die Fähigkeit zur Durchführung von Transaktionen, womit das Vorhandensein der dazu nötigen Autorisierungen gemeint ist. Als weitere operationelle Risiken schildern Busse und Nothaft,

die korrekte Verwaltung von Fondsanteilen, die korrekte Rechnungslegung und die korrekte Performancemessung, was sich insbesondere bei komplexen Anlagestrategien und illiquiden Finanzinstrumenten als äusserst schwierig gestalten kann. Dies sind gemäss Busse und Nothaft alles Faktoren, die schnell zum Scheitern eines Hedge Funds führen können, was vor allem kleine Hedge Funds mit kurzem Track-Record und beschränkten (Personal-) Ressourcen betrifft.
Ein weiteres für Hedge Funds typisches Risiko ist sicherlich ihre starke Abhängigkeit von der Fähigkeit des Managements, das meist nur aus wenigen Personen oder gar einem einzelnen Fondsmanager besteht. Dieser Aspekt gewinnt durch die Tatsache an Bedeutung, dass oft komplexe und schwierig durchschaubare Handelsstrategien verfolgt werden. Busse und Nothaft (2007) erwähnen hier auch das Risiko, dass der Informationsgrad der Manager aus irgendwelchen Gründen nicht mehr ausreicht, um die Risiken ihres Hedge Funds kontrolliert verwalten zu können.
Auch das Fonds- oder Emittentenrisiko wäre hier zu nennen, womit Busse und Nothaft das Risiko der Veruntreuung, des Betrugs oder Fehlentscheidungen bezeichnen. Sicherlich ist das Betrugsrisiko in der Hedge Funds-Industrie erheblich grösser als anderswo, denn gemäss Busse und Nothaft, gehen sieben der zwölf grösseren Hedge Fund-Konkursen der letzten Jahre darauf zurück. Ein prominentes Betrugsbeispiel ist das Schneeballsystem von Madoff, das nach The Economist (2008) aufgrund der fehlenden und fehlerhaften Regulation über Jahre fortbestehen konnte und aufgrund oftmals mangelhaft durchgeführter Due Diligence immer neue Investoren fand.
Quasi aus der Natur der Hedge Funds ergibt sich, dass sie sehr zur Intransparenz neigen, was für den Anleger ein weiteres Risiko darstellt, da er nach Busse und Nothaft oft die genaue Strategie und die, dem Funds unterliegenden, Titel nicht kennt. Damit einher geht das Risiko eines Versagens des Risikomanagementsystems des Hedge Funds, was nach Busse und Nothaft durch unzutreffende Annahmen, aussergewöhnliche Marktsituationen oder Veränderungen der Zusammenhänge zwischen den Märkten und Finanzinstrumenten geschehen kann.
Zudem besteht wegen den oftmals illiquiden Anlagen der Hedge Funds ein erhöhtes Liquiditätsrisiko. Zu Liquiditätsengpässen kann es gemäss Busse und Nothaft vor allem bei grossen Rückzügen aus dem Fund und bei der Nachschusspflicht bei Terminkontrakten kommen. Ersteres wird oftmals durch das Einführen von Gates gemildert, die den maximalen Auszahlungsbetrag pro Periode, meist als Anteil am Net Asset Value, festlegen. Ebenfalls eine erhöhte Gefahr eines Liquiditätsengpasses bei Hedge Funds besteht, weil teilweise mit erheblichem Leverage gearbeitet wird. Dies kann fatale Folgen haben, falls die Kreditpolitik verschärft wird, während die Märkte gegen den Hedge Fund laufen.
Purcell und Crowley (1998) sehen bei der Hedge Funds-Industrie zusätzlich ein erhöhtes Herdenrisiko, da die Hedge Funds-Gemeinschaft eng verknüpft ist und daher oft die gleichen Investmentchancen wahrzunehmen versucht und ebenso nahezu simultan aus einem Geschäft wieder aussteigen will.
Diese operationellen Risiken können nur schwierig in ein Portfoliooptimierungsmodell mit einbezogen werden und müssen im Rahmen einer umfangreichen Due Diligence vor dem Investmententscheid und einer permanenten Überwachung danach unter Kontrolle gehalten werden.

Momentbasierte Modelle

Das ursprüngliche Markowitz-Modell

Markowitz (1952) legt dar, dass ein Portfoliomodell nicht nur die Renditemaximierung zum Ziel haben sollte, sondern auch das Risiko berücksichtigen muss. Als Mass fürs Risiko benutzt er die Varianz. Wie er zeigt, lässt sie sich allein durch Diversifikation reduzieren, bei geeigneter Titelwahl gar ohne Einbussen der zu erwartenden Renditen. Das optimale Portfolio findet sich dadurch, dass für die gewünschte Rendite diejenige Titelkombination gewählt wird, bei der die Varianz minimiert wird. Führt man diesen Schritt für alle erreichbaren Renditen aus, erhält man die Efficient Frontier, auf der der Investor je nach Risikoneigung sein Portfolio wählen kann.
Gemäss Markowitz ist der genannte Prozess dienlich, um bei gegebenen Performancevoraussagen ein optimales Portfolio zu erhalten. Die Voraussagen können auf historischen Daten zur Schätzung von Mittelwert und Varianz beruhen. Doch nach Markowitz gibt es dazu bessere Methoden, die die Wahrscheinlichkeitstheorie zur Herleitung der Performanceaussagen benutzen.
Der Markowitz-Ansatz ist ein Portfoliooptimierer, der aus realistischen Performancevoraussagen das optimale Portfolio errechnet und daher zuverlässige Renditeerwartungen benötigt. Die Nachteile dieses Modells sind die grossen Schwankungen der optimalen Gewichte, die bereits bei kleinen Änderungen der Input-Daten auftreten, die extremen Gewichte, die Titeln oder Anlageklassen mit auch nur geringfügig überlegenen Inputdaten zugeordnet werden und die Vernachlässigung höherer Momente von Verteilungen.

Optimierungen mit modifizierten Sharpe Ratios nach Gueyié und Amvella

Gueyié und Amvella (2006) führen die Portfoliooptimierung mit verschiedenen modifizierten Sharpe Ratios (mSR) aus, die es durch eine optimale Allokation zu maximieren gilt. Die mSR misst den Renditeüberschuss gegenüber der sicheren Anlage pro Einheit eingegangenem Risiko.

$$\text{Max mSR} = \frac{R_P - Rf_0}{\text{Risikomass}}$$

Im Gegensatz zur traditionellen Sharpe Ratio wird eine Einheit Risiko nicht durch die Volatilität, sondern durch verschiedene erweiterte Risikomasse bemessen. Gueyié und Amvella verwenden dazu: Den Normal Value at Risk (NormVaR), die Target-Semideviation (TSD), den Cornish-Fisher-VaR (CFVaR) und den gewichteten-historischen-VaR (ghVaR). Der Value at Risk (VaR) gibt an welcher Verlust zu gegebener Wahrscheinlichkeit nicht überschritten wird. Der NormVaR vermutet hierzu die Normalverteilung und vernachlässigt damit die Hedge Fund typischen fetten Enden. Die TSD berechnet die Wurzel der durchschnittlichen quadrierten Negativ-Abweichung von einer Zielrendite und gewichtet so das negative, fette Ende einer Hedge Fund-Verteilung, lässt allerdings das Aufwärtspotential ausser Acht.

$$\text{Min } \sigma_{TSD} = \sqrt{\sum_{r<T} \frac{1}{n}(r-T)^2}$$

wobei:

n = Anzahl Unterschreitungen von T

T = Minimal akzeptierte Rendite

r = erzielte Rendite

Der CFVaR ist ein Risikomass das nicht nur die Varianz als Risiko betrachtet, sondern auch das dritte und vierte Moment. Dies geschieht über eine letztlich willkürliche Gewichtung der höheren Momente in angepassten Quantil z_{CF}.

$$\text{Min CFVaR} = \mu - z_{CF}\sigma$$

wobei:

$$z_{CF} = z + \frac{1}{2}(z^2 - 1)S + \frac{1}{24}(z^3 - 3z)K - \frac{1}{36}(z^3 - 5z)S^2$$

z = Quantil der Normalverteilung zu Wahrscheinlichkeit p (hier 99%)

S = Schiefe

K = Überschusskurtosis

μ = Mittelwert

σ = Standardabweichung

Der ghVaR gibt weniger weit zurückliegenden Daten mehr Gewicht, als solchen, die weit in der Vergangenheit liegen. Das ist im Hinblick auf die, im Wachstum befindliche und daher grossen Veränderungen über die Zeit unterworfene Hedge Fund-Industrie sicherlich eine wertvolle Methode. Wünschenswert wäre allerdings eine Erweiterung des ghVaR, die auch die höheren Momente berücksichtigt.

Der Ansatz die Portfoliooptimierung über eine Maximierung der Sharpe Ratio mit einem, an die Hedge Fund Problematik angepassten, Risikomass durchzuführen ist sicherlich weiter zu verfolgen. Die höheren Momente finden hier allerdings nur im CFVaR und in der TSD Berücksichtigung. Allerdings scheint keines der verwendeten Risikomasse die Hedge Fund-Probleme voll zu erfassen, da die Hedge Fund-Quote meist die maximal erlaubte Höhe erreichte. Nur in der Optimierung nach den Jahren 1998 und 1999, die für die Hedge Fund-Industrie gemäss Gueyié und Amvella besonders schwierig waren, wurde nicht der maximal erlaubte Anteil in Hedge Funds investiert.

Der Nachteil der TSD ist, dass sie eventuell vorhandenes Aufwärtspotential vernachlässigt. Ansonsten hat sie den Vorteil, dass sie keine Annahmen zu den Momentpräferenzen benötigt. Dass der CFVaR diesbezüglich Annahmen zu treffen hat, ist sicherlich seine Schwäche, da die angenommenen Gewichtungen der Varianz, Schiefe und Kurtosis kaum Allgemeingültigkeit haben. Trotzdem bringt der CFVaR ein Fortschritt, da mit ihm immerhin die höheren Momente, im Gegensatz zur traditionellen Sharpe Ratio, beachtet werden.

Die multiple Ziele-Methode von Davies, Kat und Lu

Beschrieb der Methode

Davies, Kat und Lu (2006) schlagen zur Berücksichtigung der höheren Momente ein Verfahren vor, bei dem die Optimierung in mehreren Schritten erfolgt. In einem ersten Schritt werden Portfolios gefunden, die für einzelne Momente optimal sind. Man findet also jeweils ein optimales Portfolio für eine maximale Rendite, eine maximale Schiefe und eine minimale Kurtosis. Die Varianz wird konstant gleich eins gehalten und ist für jede Optimierung gleich. Folgende Zielfunktionen führen diese Optimierung aus:

$$\text{Max } Z_1 = E(X^T \tilde{R}) + x_{n+1} r$$
$$\text{Max } Z_3 = E\left[[X^T (\tilde{R} - E(R))]^3\right]$$
$$\text{Min } Z_4 = E\left[[X^T (\tilde{R} - E(R))]^4\right]$$
$$\text{Nebenbedingungen: } X^T V X = 1; \quad X \geq 0; \quad x_{n+1} = 1 - I^T X$$

wobei:

X = Vektor der Gewichte der Assets 1 bis n

R = Vektor der Renditen

V = Kovarianzmatrix

Z_1 = Rendite = 1. Moment = $E(X^T \tilde{R})$

Varianz = 2. Moment = $X^T V X$

Z_3 = Schiefe = 3. Moment = $E[X^T (\tilde{R} - E(R))]^3$

Z_4 = Kurtosis = 4. Moment = $E[X^T (\tilde{R} - E(R))]^4$

x_{n+1} = Gewicht der sicheren Anlage

r = risikofreier Zinssatz

Als Nebenbedingungen werden ausser, dass die Varianz konstant gleich eins gehalten wird, Leerverkäufe verboten und angenommen, dass der Investor sein gesamtes Kapital in die zur Verfügung stehenden riskanten und den risikofreien Titel investiert. In einem zweiten Schritt wird, ausgehend von den für die einzelnen Momente optimalen Portfolios, ein Portfolio errechnet, das die ersten vier Momente berücksichtigt. Hierzu muss logischerweise von den, für die einzelnen Momente optimalen Portfolios, abgewichen werden, um auch andere Momente zu berücksichtigen. Die Abweichungen sollen so gering wie möglich sein. Zur, den Präferenzen der Investoren entsprechenden, Gewichtung der Abweichungen verwenden Davies et al. folgende Zielfunktion, die es zu minimieren gilt:

$$\text{Minimiere } Z = (1+d_1)^{\alpha} + (1+d_3)^{\beta} + (1+d_4)^{\gamma}$$

Nebenbedingungen:

$$Z_1^* = E(X^T\tilde{R}) + x_{n+1} r + d_1$$

$$Z_3^* = E\left[[X^T(\tilde{R} - E(R))]^3\right] + d_3$$

$$-Z_4^* = -E\left[[X^T(\tilde{R} - E(R))]^4\right] + d_4$$

$$d_1, d_3, d_4 \geq 0$$

$$X^T V X = 1; \quad X \geq 0; \quad x_{n+1} = 1 - I^T X$$

wobei:

Z_i^* = optimaler Wert des i – ten Moments bei Optimierung nur nach i - tem Moment

d_i = jeweilige Abweichung vom zugehörigen Z_i^*

α = Investorpräferenz für Rendite

β = Investorpräferenz für Schiefe

γ = Investorpräferenz für Kurtosis

Je nach Höhe der Investorpräferenzen α, β und γ fallen die Abweichungen vom optimalen Rendite-, Schiefe- und Kurtosis-Portfolio ins Gewicht. Gemäss Davies et al. kann der Investor durch die Bestimmung von α, β und γ auf transparente Weise seine Präferenzen für die höheren Momente ausdrücken. Dies erübrigt das Erstellen einer Nutzenfunktion zur Berücksichtigung der höheren Momente.
Ein grosser Vorteil dieser Methode ist nach Davies et al., dass man durch die Optimierung in zwei Schritten im zweidimensionalen Raum bleibt. Würde man die ersten vier Momente in einem Schritt berücksichtigen wollen, müsste man eine vierdimensionale Optimierung durchführen. Diese wird dadurch erschwert, dass zwischen den verschiedenen Momenten komplexe Abhängigkeiten bestehen und man so die Trade-offs zwischen den Momenten nur schwierig erkennen kann. Später werden Modelle vorgestellt, die auch die Ko-Abhängigkeiten modellieren.

Inputdaten

Die beobachteten Zeitreihen der Hedge Funds werden etwas verändert, um die Survivorship-Verzerrung und die Autokorrelationsproblematik zu entschärfen. Die Survivorship-Verzerrung wird dadurch korrigiert, dass auch die Daten, derjenigen Hedge Funds berücksichtigt werden, die nicht bis zum Ende der betrachteten Zeitreihe überlebt haben. Jeder Hedge Fund, der während dem Betrachtungszeitraum schliessen musste, wird dann für die verbleibende Zeit durch einen zufälligen Hedge Fund gleicher Strategie, Grösse und Alter ersetzt. Dieses Vorgehen benötigt die Annahme, dass bei der Schliessung eines Hedge Funds ohne Transaktionskosten zum zugelosten Fund gewechselt werden kann.
Die Autokorrelation entglätten Davies et al. mit folgendem Ansatz: Der geglättete Wert der Rendite r^*_t kann durch den gewichteten Durchschnitt der entglätteten Rendite r_t und der geglätteten Rendite r^*_{t-1} ausgedrückt werden.

$$r^*_t = \alpha r_t + (1-\alpha) r^*_{t-1}$$

Bekannt sind allerdings nur die geglätteten Renditen. Auflösen nach r_t ergibt die entglätteten Renditen:

$$r_t = \alpha^{-1}(r^*_t - (1-\alpha) r^*_{t-1})$$

Alpha wird wie folgt durch den Autokorrelationskoeffizienten erster Ordnung $\rho_{t1,t2}$ bestimmt:

$1-\alpha = \rho_{t1,t2} \quad \rightarrow \alpha = 1 - \rho_{t1,t2}$

wobei: $\rho_{t1,t2} = E[(r^*t_1-\mu)(r^*t_2-\mu)]/\sigma^{2*}$

Die entglätteten Renditen haben die Eigenschaften, dass sie einen bis auf Rundungsdifferenzen unveränderten Mittelwert, eine höhere Standardabweichung als die geglätteten Renditen und keine Autokorrelation der ersten Ordnung aufweisen.
Es wird hier darauf verzichtet die Autokorrelationen höherer Ordnungen zu berücksichtigen, da gemäss Davies et al. der Aktienmarkt eine Autokorrelation von Null aufweist und der erste Autokorrelationskoeffizient daher für Hedge Funds genügen sollte. Autokorrelationen höherer Ordnung würden auch die Korrelation des heutigen Datenpunktes mit denjenigen vor zwei, drei etc. gemeldeten Datenpunkt berücksichtigen.

Eigene Optimierung nach der multiple Ziele-Methode

Inputdaten

Die folgenden Optimierungen gehen anders als diejenige von Davies et al. nicht auf die optimale Mischung verschiedener Hedge Funds-Strategien in einem Fund of Hedge Fund (FoHF) ein, sondern auf den optimalen Anteil an Hedge Fund in einem traditionellen Portfolio. Entsprechend werden hier die traditionellen Anlageklassen Aktien und Obligationen zusammen mit Hedge Funds in den obigen Portfoliooptimierer eingespiesen. Da hier lediglich der Mix zwischen den verschiedenen Anlageklassen interessiert und nicht die Zusammensetzung innerhalb der einzelnen Anlageklassen, wird für jede Anlageklasse ein möglichst breit gefasster, in US-Dollar denomminierter Index verwendet.
Zur Modellierung der Aktienperformance dient der Morgan Stanley Capital International (MSCI) World Index, zu der der Obligationenperformance der World Government Bond Index (WGBI) von Citigroup und für die der Hedge Fund Performance der CS/Tremont Multi-Strategy Fund Index (CS/TR MS). Der Grund für die Verwendung eines Multi-Strategy Fund Indexes wird in einem späteren Kapitel diskutiert. Ein Multi-Strategy Fund investiert anders als ein einfacher Hedge Fund in mehrere Strategien. Im Unterschied zu einem FoHF, der ebenfalls in verschiedene Strategien investiert, tritt ein Multi-Strategy Fund nicht als Investor in andern Hedge Funds auf, sondern ist ein einziger Hedge Fund, der verschiedene Strategien anwendet.
Das hat den Vorteil, dass er ohne regulatorische Einschränkungen zwischen den Strategien wechseln kann, da keine Anteile gehandelt werden müssen. Da in der Hedge Fund-Industrie die Kündigungsfristen für gewöhnlich ein bis sechs Monate betragen, entsteht dadurch ein beträchtlicher Vorteil in Bezug auf die Flexibilität der Investments, was eine taktische Asset Allokation ermöglicht. So kann ein Multi-Strategy Fund innerhalb weniger Tage je nach Marktgegebenheiten sein Kapital zwischen den verschiedenen Strategien umschichten.
Die Autokorrelation der Hedge Funds wird hier analog zum Ansatz von Davies et al. bereinigt. Der Einfluss von Performanceverzerrungen in den Datenbanken wird zuerst unberücksichtigt gelassen. In einem letzten Schritt wird sie durch einen pauschalen Abzug berücksichtigt, eine von Cvitanic et al. (2002) vorgeschlagene Methode zur Berücksichtigung der Verzerrungen in Hedge Fund-Datenbanken. Da es ein kapitalgewichteter Index ist, bei dem die Survivorship-Verzerrung nach

Amman und Moerth (2006) massiv geringer ist, sollten die Verzerrungen mit einem Abschlag von 3% per annum adäquat berücksichtigt sein.
Die betrachtete Zeitreihe startet im Januar 1996 und endet im Juli 2008. Darin enthalten ist damit die Russlandkrise von 1998, welche die Hedge Fund-Industrie schwer getroffen hat. Allen voran scheiterte der Hedge Fund Gigant Long Term Capital Management (LTCM), der sich gemäss The Economist (1998) mit russischen Staatsanleihen und aggressivem Leverage in einen Liquiditätsengpass spekuliert hatte. Ebenfalls enthalten ist das Platzen der Dotcom-Bubble, die darauf folgende Erholung sowie der Beginn der Finanzkrise im Sommer 2007.
Die ersten vier Momente dieser Anlageklassen sehen, basierend auf stetiger Verzinsung und annualisierten Daten ausgedrückt in prozentualen Renditen, wie folgt aus:

	CS/TR MS	MSCI World	WGBI
Mittelwert	9.14	4.98	5.71
Standardabweichung	17.31	49.62	22.58
Schiefe	-1.18	-0.82	0.21
Überschusskurtosis	4.29	1.09	-0.11

Der CS/TR MS weist die für Hedge Funds an sich typischen Kennzahlen aus mit sehr hohem Rendite-Standardabweichungsverhältnis, dafür aber tiefer Schiefe und hoher Kurtosis. Ansonsten ist zu bemerken, dass die Aktien im Betrachtungszeitraum eine unterdurchschnittliche Rendite bei überaus hoher Varianz haben.
Die Korrelationsmatrix gestaltet sich wie folgt und macht die schwache Korrelation der Hedge Funds mit den Aktien und Obligationen sichtbar:

Korrelationsmatrix

	HF	MSCI	WGBI
HF	1.00	0.29	0.01
MSCI	0.29	1.00	-0.04
WGBI	0.01	-0.04	1.00

Nebenbedingungen

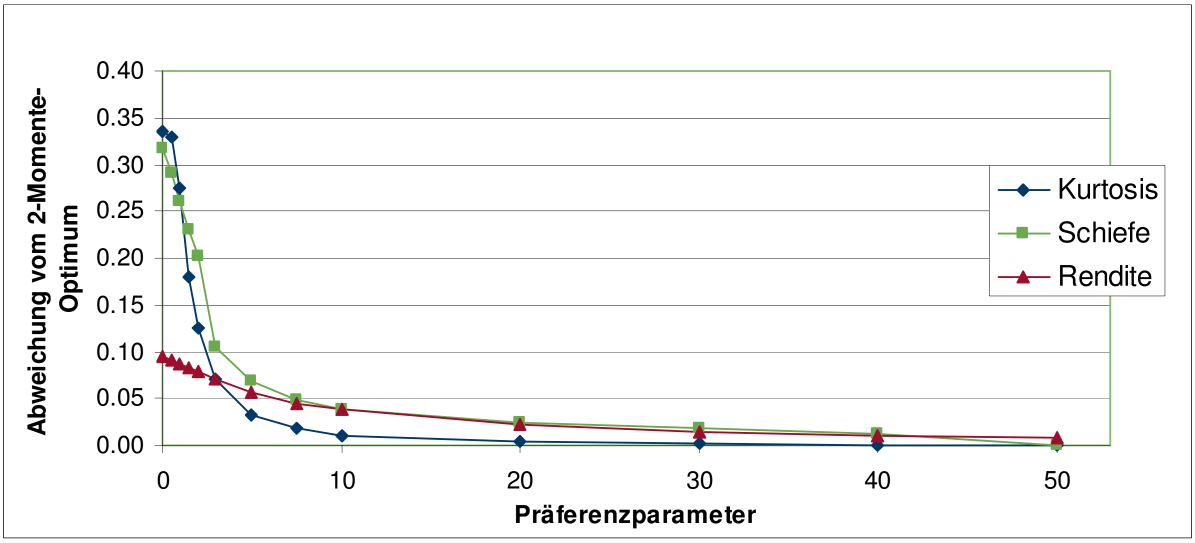
Wie bei Davies et al. werden alle folgenden Optimierungen unter der Nebenbedingung vollzogen, dass Leerverkäufe untersagt sind.
Das Verbot von Leerverkäufen muss allerdings keinesfalls die Qualität der Optimierung vermindern, denn wie Jagannathan und Ma (2003) demonstrieren, kann eine Grösser-Null-Beschränkung durchaus nützlich sein. Eingeschränkte Portfolios entsprechen gemäss Jagannathan und Ma nämlich denjenigen, bei deren restriktionsfreier Optimierung die Schätzfehler in der Kovarianzmatrix korrigiert wurden, was sich damit begründen lässt, dass hohe Kovarianzen auch höhere Schätzfehler aufweisen. Einen weiteren Vorteil finden Jagannathan und Ma darin, dass eingeschränkte Portfolios weniger extreme Werte aufweisen, was einer erhöhten Diversifikation gleichkommt und insbesondere bei nicht-normalverteilten Renditen von Vorteil ist. Zudem ist bei Hedge Funds ein Leerverkauf schlicht unmöglich.

Investorpräferenzen

Davies et al. leiten die Präferenzparameter von Alpha, Beta und Gamma nicht von einer Nutzenfunktion her, sondern lassen dem Investor die Freiheit diese intuitiv festzusetzen. Als Entscheidungshilfe verwenden, sie eine Gegenüberstellung jedes Wertes der Investorpräferenz für ein Moment, mit dem Einfluss auf das jeweilige

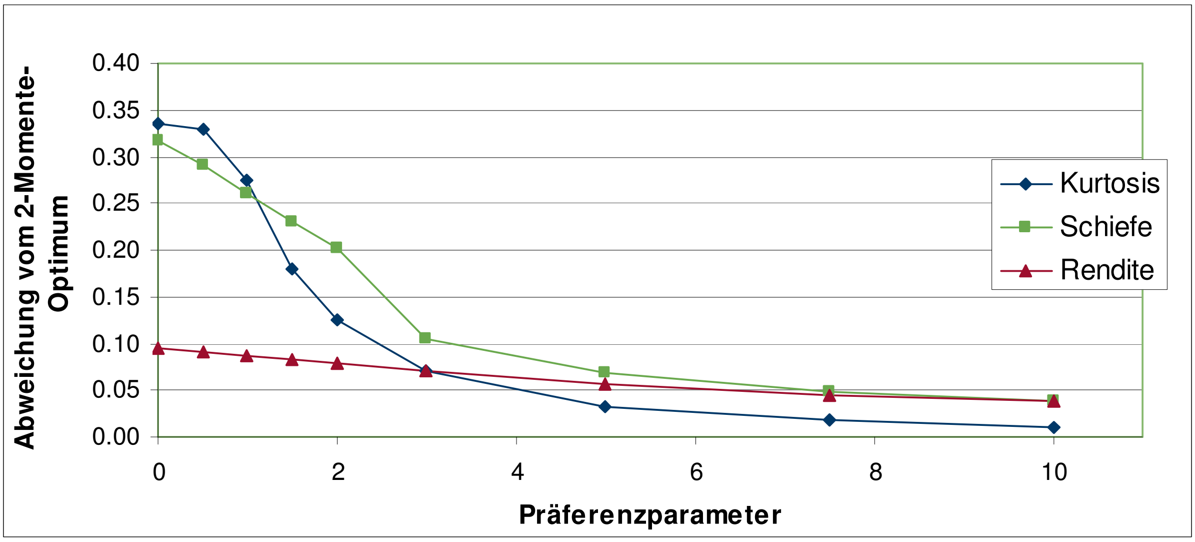
Moment bei dessen Veränderung. Der Einfluss auf das jeweilige Moment wird an der Abweichung vom 2-Momente-Optimum gemessen.

Abbildung 3: Verhalten bei Variation der Präferenzparameter



Alle drei betrachteten Momente reagieren anfänglich stark auf eine Veränderung des zugehörigen Präferenzparameters. Um das 2-Momente-Optimum zu erreichen, braucht es bei allen, im Vergleich zu den konstant gehaltenen Werten, eine um ein Vielfaches höhere Gewichtung. Klar ersichtlich ist, dass Schiefe und Kurtosis markant schneller auf Veränderungen ihres Präferenzparameters reagieren. (Da hier die Differenz zweier Kurtosen betrachtet wird, ist bedeutungslos ob von der Kurtosis oder der Überschusskurtosis ausgegangen wird.) Das hängt damit zusammen, dass zur Renditeberechnung die sichere Anlage mit einbezogen wird, während zur Berechnung der Schiefe und Kurtosis nur auf die riskanten Anlagen abgestellt wird. Das führt dazu, dass sich die Rendite im Vergleich zu Schiefe und Kurtosis viel stabiler verhält. Damit wird klar, dass die Präferenzparameter für Schiefe und Kurtosis sinnvollerweise unter den, für den Renditeparameter angenommenen Werten, liegen sollten. Im Wort sinnvoll kommt die Subjektivität, mit der die Festlegung der Präferenzen behaftet ist, zum Ausdruck. „Sinnvolle" Werte liegen wohl unterhalb von zehn, da eine Veränderung der Präferenzparameter darüber nur noch eine marginale Wirkung hat, weil die Portfolios dabei bereits sehr nahe am jeweiligen Momente-Optimum-Portfolio sind. Zwischen Null und Zehn hingegen beeinflussen Veränderungen der Präferenzparameter die zugehörigen Momente noch stark. Deshalb wird dieser Abschnitt etwas genauer betrachtet:

Abbildung 4: Verhalten bei Variation der Präferenzparameter



Hier wird besonders deutlich, dass sich die Rendite am trägsten verhält und der entsprechende Präferenzparameter damit höhere Werte für eine angemessene Berücksichtigung erfordert. Die Kurtosis passt sich etwas schneller an Veränderungen ihres Präferenzparameters an als die Schiefe. Dies erlaubt deren Werte, konsistent mit gängigen Nutzentheorien, tiefer als diejenigen der Schiefe festzulegen. Analog zu Davies et al. wird nun jeweils ein hoher, mittlerer und niederer Wert für die Präferenzparameter festgelegt, um anschliessend verschiedene Optimierungen durchzuführen.

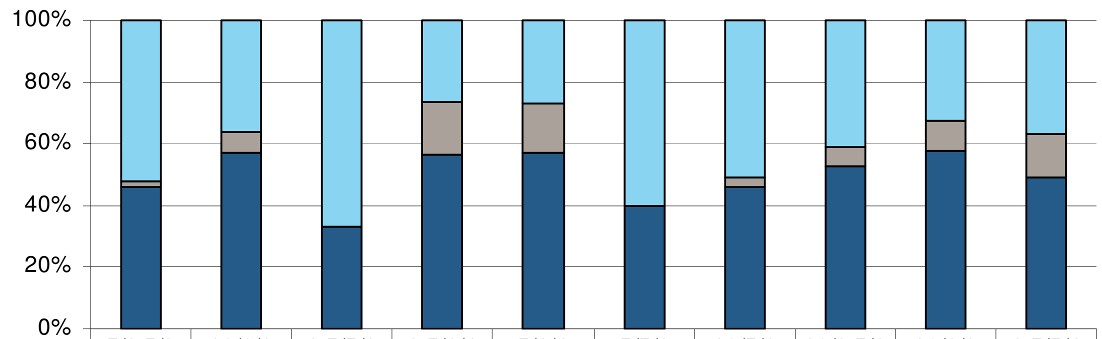
	hoch	mittel	tief
Alpha	10	5	2.5
Beta	5	2.5	1
Gamma	4	2	1

Eine hohe Schiefepräferenz bedeutet, dass der betreffende Investor eine hohe Schiefe haben und damit häufig Gewinne sehen möchte, auch wenn diese nur klein sind. Eine tiefe Schiefepräferenz hingegen deutet auf einen Investor für den kleine Gewinne nicht besonders wichtig sind, falls die längerfristige Rendite stimmt. Ihn stören gar einzelne, geringe Verluste nicht, falls diese in der längeren Frist ausgeglichen werden. Eine tiefe Kurtosispräferenz bedeutet, dass der Investor bereit ist für eine höhere Rendite auch ein erhöhtes Risiko massiver Verluste zu tragen. Eine hohe Kurtosispräferenz drückt den Wunsch nach einer tiefen Kurtosis und damit nach möglichst seltenen, extremen Ereignissen aus.

Portfoliooptimierungen mit unterschiedlichen Präferenzparametern

Für verschiedene Kombinationen von hohen, mittleren und tiefen Werten für die Investorpräferenzen, ergeben sich folgende Portfolios:

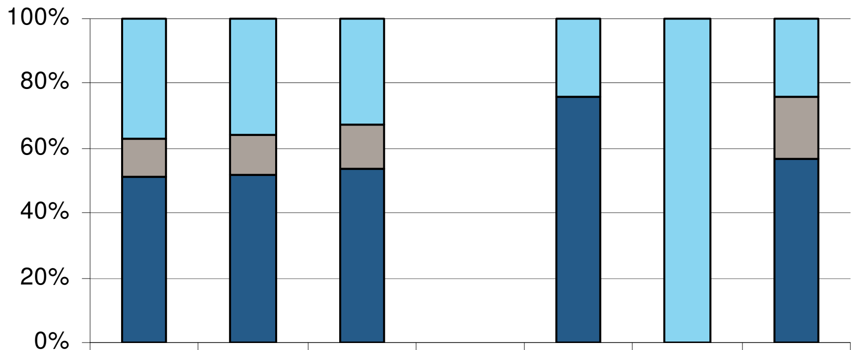
Abbildung 5: optimale Portfolios



	5/2.5/0	10/1/1	2.5/5/1	2.5/1/4	5/1/4	5/5/1	10/5/1	10/2.5/1	10/1/2	2.5/5/4
WGBI	0.52	0.36	0.67	0.26	0.27	0.6	0.51	0.41	0.32	0.37
MSCI	0.02	0.07	0	0.17	0.16	0	0.03	0.06	0.1	0.14
CS/TR MS	0.46	0.57	0.33	0.56	0.57	0.4	0.46	0.53	0.57	0.49

Eine grosse Gewichtung erfahren die Multi-Strategy-Funds in fast allen Portfolios. Nur durch eine Erhöhung der Schiefe-Präferenz wird die Allokation zu ihnen reduziert. Das Portfolio ganz links zeigt eine Optimierung bei der die Kurtosis unbeachtet gelassen wird und für Schiefe und Rendite jeweils mittlere Werte gewählt werden. Stutzig macht vor allem, dass Portfolio 10/5/1 weniger Hedge Fund-Anteil hat als Portfolio 2.5/5/4, denn für gewöhnlich sieht man die Rendite eher als Stärke und die Kurtosis als Schwäche der Hedge Funds an, was auch die Momente der hier zugrunde liegenden Datensätze suggerieren. Die stärkere Gewichtung von Hedge Funds im Portfolio, das eine höhere Kurtosis stärker bestraft, erklärt sich bei der Betrachtung folgender Portfolios.

Abbildung 6: Portfolios bei ausgewogener Gewichtung und 2-D-Optimas

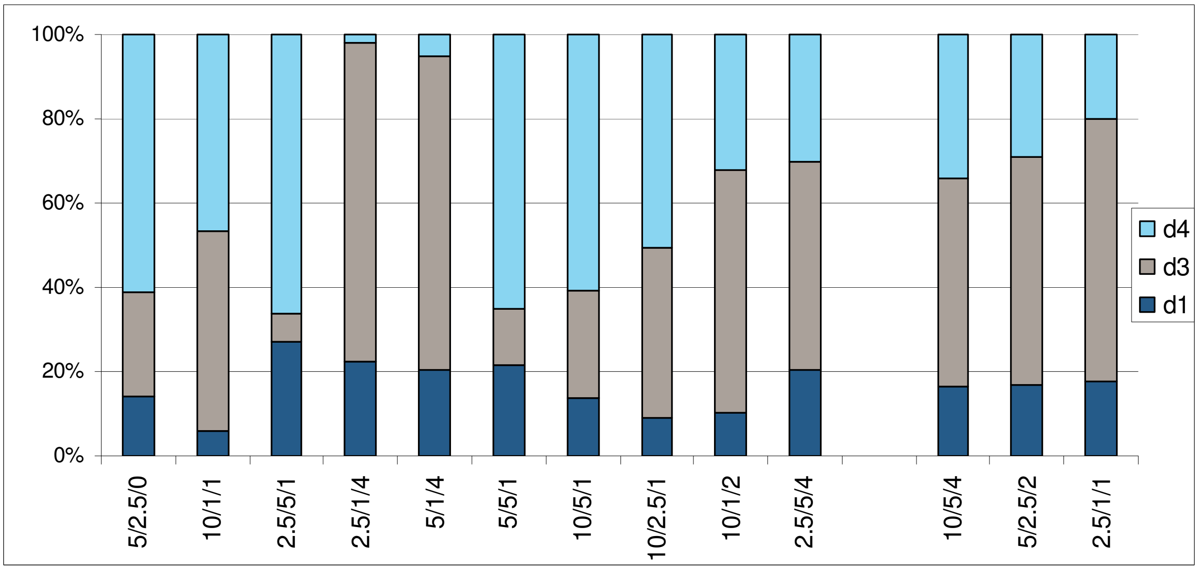


	10/5/4	5/2.5/2	2.5/1/1		5/0/0	0/2.5/0	0/0/2
WGBI	0.37	0.36	0.33		0.24	1	0.24
MSCI	0.12	0.12	0.13		0	0	0.19
CS/TR MS	0.51	0.52	0.54		0.76	0	0.57

Die Säulengruppe rechts zeigt die Zwei-Momente-Optima. Erstaunlich hier ist vor allem, der hohe Anteil an Hedge Funds im Minimum-Kurtosis-Portfolio, da der Multi-Strategy-Fund-Index deutlich die höchste Kurtosis hat. Das muss damit zusammenhängen, dass sie, im betrachteten Zeitraum, einen starken Diversifikationseffekt bei extremen Ereignissen erzeugen und demzufolge eine stark negative Ko-Kurtosis mit den andern Anlageklassen zu haben scheinen.
Überdeutlich werden hingegen die Überlegenheit der Obligationen bezüglich Schiefe sowie die tiefen Renditen bei hoher Varianz der Aktien in der betrachteten Zeitreihe.

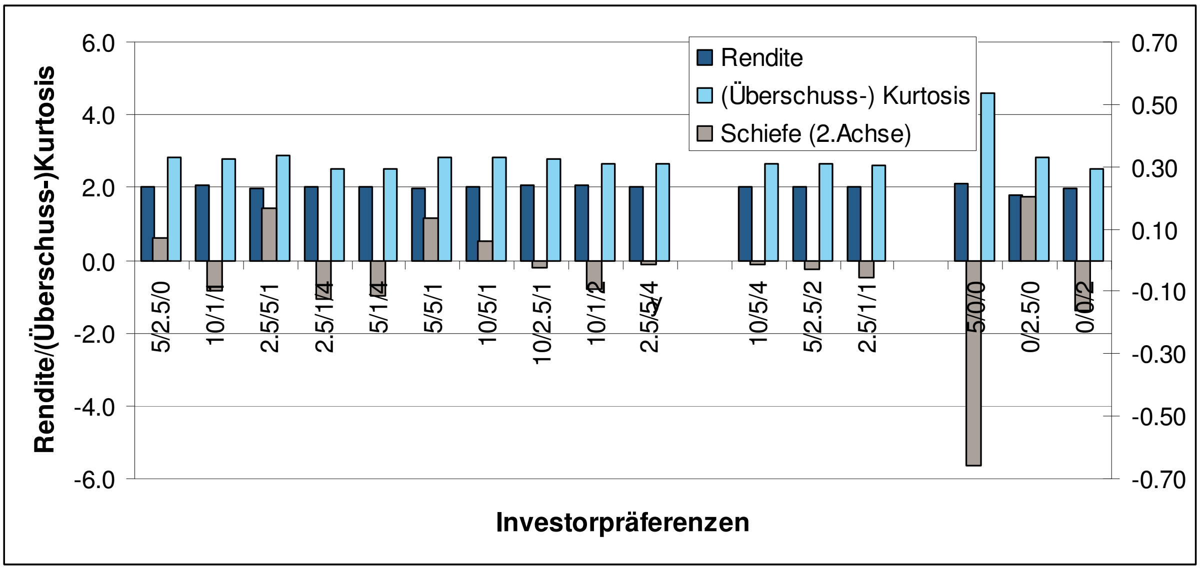
Aktien werden daher lediglich dank ihres Diversifikationseffekts bei der Kurtosis eingesetzt, wie aus dem Optimum-Kurtosis-Portfolio geschlossen werden kann. Die Optimierung, wo die Präferenzparameter für Schiefe und Kurtosis gleich Null gesetzt werden kommt einer Markowitzoptimierung gleich, da bloss unter Bezugnahme auf Varianz und Rendite optimiert wird, und macht mit der Zuordnung von knapp 80% der riskanten Anlagen an den CS/TR MS klar, wie problematisch die Vernachlässigung der höheren Momente im Zusammenhang mit Hedge Funds ist.
Die ersten drei Säulen dieses Diagramms zeigen die optimalen Gewichte, wenn für alle Präferenzparameter jeweils hohe, mittlere und niedrige Werte gewählt werden. Dass dabei keine grösseren Verschiebungen der Portfoliogewichte stattfinden, zeigt, dass die Veränderungen der Relationen zwischen den tiefen, mittleren und hohen Werten richtig gewählt wurden.
Analysiert man, bei welchem Moment wie stark vom 2-Momente-Optimum abgewichen wird, ergibt sich folgendes Bild:

Abbildung 7: Abweichungsanalyse



Die Abweichung der jeweiligen Momente ist hier in Prozent der Summe der Abweichung vom jeweiligen 2-Momente-Optimum aller Momente dargestellt. Es wird deutlich, dass bei der Erhöhung der Präferenz für ein bestimmtes Moment sich auch dessen Abweichung vom zugehörigen 2-Momente-Optimum verkleinert. Das zeigt, dass die Zielfunktion die gewünschte Wirkung hat. Zu bemängeln wäre hier, dass die Abweichung vom Renditeoptimum, selbst bei ausgewogenen Präferenzen, wie ganz rechts dargestellt, vergleichsweise gering ist. Das muss allerdings nicht zwingend mit zu hohen Werten für die Renditepräferenzparameter zu tun haben, sondern kann auch damit zusammenhängen, dass die maximale Abweichung der Renditen massiv kleiner ist, als die maximale Abweichung der Schiefe und Kurtosis (siehe Abbildung 3). Die maximale Abweichung vom 2-Momente-Optimum erhält man, falls der zugehörige Präferenzparameter gleich Null gesetzt wird, was Indifferenz bezüglich dieses Moments ausdrückt.
Aus den obigen Optimierungen resultieren die folgenden Momente:

Abbildung 8: Momente



Die Rendite bleibt beinahe konstant, weil ein hoher Anteil des Portfolios (ca. 90%) den sicheren Anlagen zugewiesen werden muss, um das Varianzkriterium einzuhalten. Das wirkt auf die Rendite stark glättend. Bei der Optimierung nach Davies et al. hat der Anteil an sicheren Anlagen keinen Einfluss auf die Schiefe und Kurtosis des optimalen Porfolios, weshalb diese bei verschiedenen Präferenzparametern stärker schwanken. Auch die Kurtosis scheint keinen grossen Schwankungen zu unterliegen. Hier liegt der Grund allerdings darin, dass bereits bei der Berücksichtigung der Schiefe, was einer erhöhten Gewichtung der Obligationen gleichkommt, die Kurtosis drastisch reduziert wird. Für eine weitere Reduktion muss der Kurtosispräferenzparameter einen hohen Wert annehmen. Zusätzlich wird die Schwankung dadurch reduziert, dass sich die Kurtosiswerte schon bei geringer Gewichtung dem Minimum-Kurtosis-Porfolio stark annähern. Weitere Reduktionen werden dann aufgrund der Degressivität des Verhaltens der Momente bei Erhöhung der zugehörigen Präferenzparameter erschwert.

unterschiedliche Varianzen

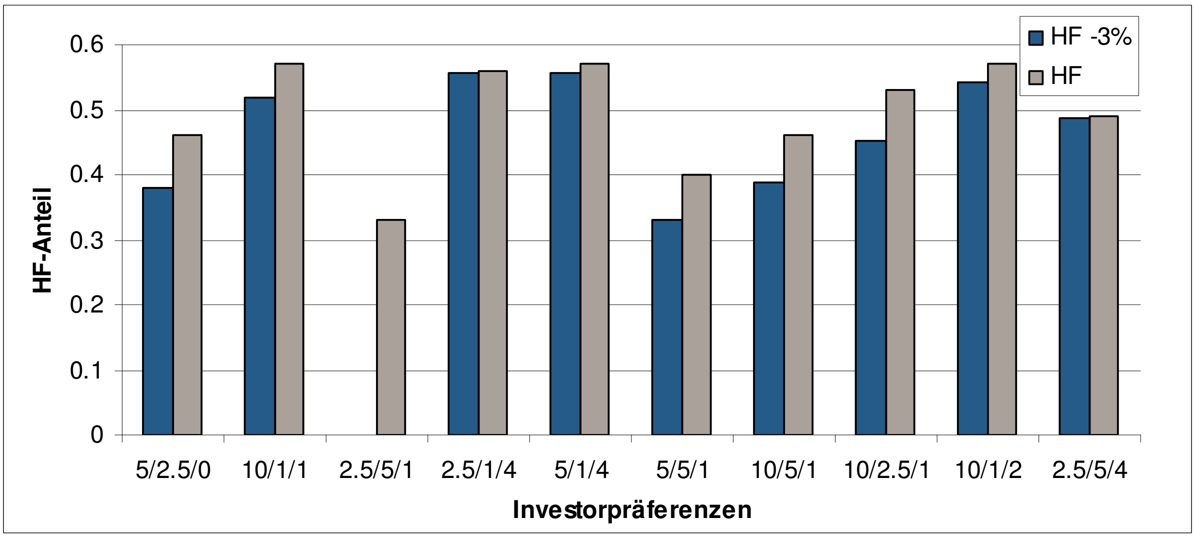
Davies et al. haben die Varianz strikt gleich eins gesetzt und damit die Annahme getroffen, dass ein Tangentialportfolio existiert, das immer gehalten wird und unterschiedliche Varianzen nur durch die Variation des Anteils sicherer Anlagen erreicht werden, was eine Betrachtung der optimalen Portfolios bei verschiedenen Varianzen bestätigt. (Siehe Appendix A)
Die höhere Varianz wird tatsächlich nur durch eine Erhöhung des Anteils riskanter Anlagen erreicht und die unveränderte Mischung innerhalb der riskanten Anlagen deutet auf die Existenz eines Tangentialportfolios hin. Damit geht durch das Festlegen der Varianz auf Eins keine Information verloren, da verschiedene Varianzen nur durch die Variation des Anteils sicherer Anlagen und nicht durch unterschiedliche Gewichtungen der risikobehafteten Anlagen erreicht werden.

Optimierung nach einem Verzerrungs-Abzug

Berücksichtigt man die Verzerrungen in den Hedge Fund-Datenbanken durch einen Pauschalabschlag von drei Prozent ergibt sich, wie zu erwarten war, in den optimalen Portfolios eine etwas tiefere Gewichtung der Hedge Funds. Ebenfalls den Erwartungen entspricht, dass der Unterschied zur Optimierung ohne Abzug je stärker aus-

fällt, desto stärker die Rendite gewichtet wird, da ein pauschaler Abzug nur die Renditekennzahl der Hedge Funds verschlechtert und die andern Momente nicht verändert. Die niedrigeren Hedge Funds-Quoten werden durch höhere Anteile bei den Obligationen und teilweise bei den Aktien ersetzt (siehe Appendix A).
Dass die Aktien nach dem Verzerrungsabzug für Hedge Funds teils eine tiefere Gewichtung als zuvor erhalten, muss mit den Diversifikationseffekten mit den Hedge Funds zusammenhängen, die ohne die Hedge Funds wirkungslos werden, so dass die Aktien den Diversifikationsvorteil gegenüber den Obligationen verlieren.
Allerdings bleibt die starke Gewichtung, die Hedge Funds gegeben wird, auch nach dem Verzerrungsabzug bestehen.

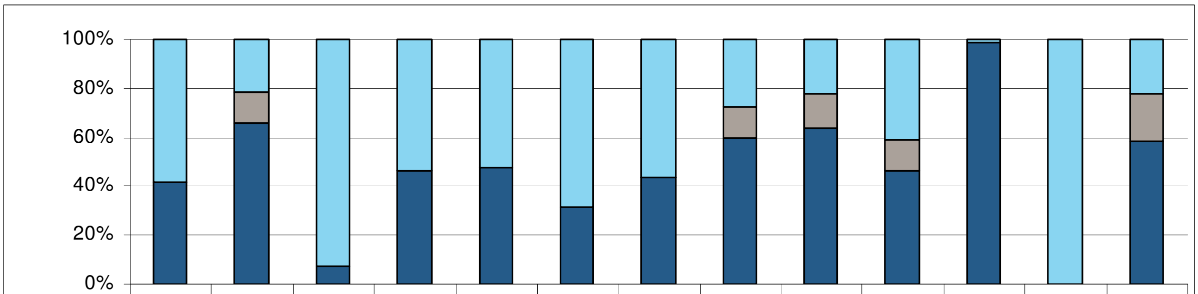
Abbildung 9: Vergleich HF-Anteil mit/ohne Verzerrungsabzug



Backtesting

Beim folgenden Backtesting werden zuerst Portfolios für verschiedene Investorpräferenzen berechnet. Hierzu wird eine multiple Ziele Optimierung basierend auf den Daten von Januar 1996 bis Dezember 2005 gemacht.

Abbildung 10: optimale Portfolios (Jan 96 bis Dez 05)

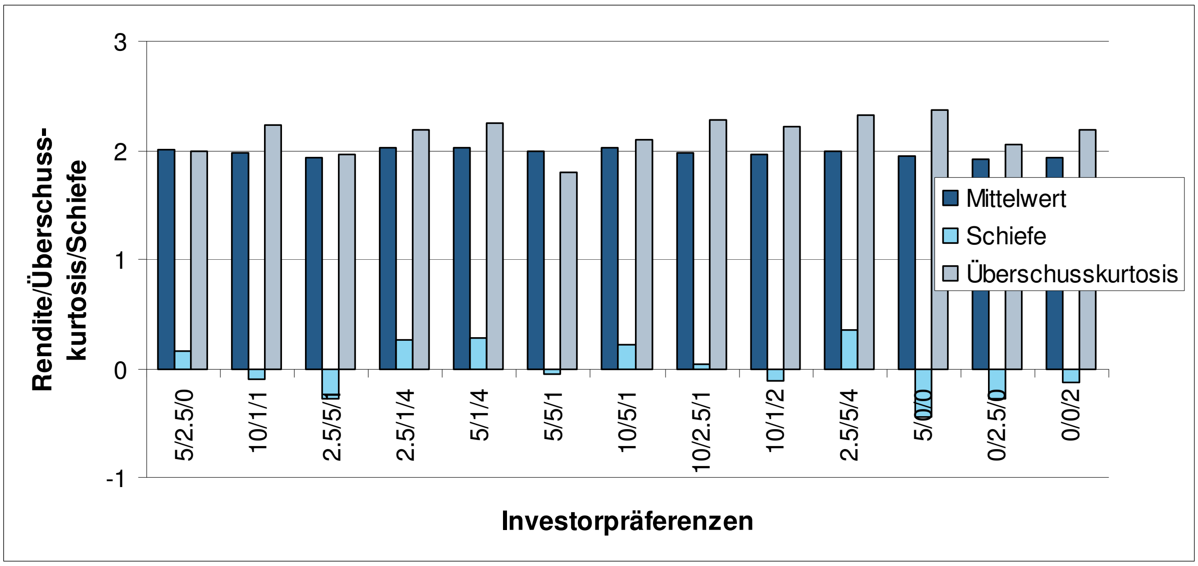


	5/2.5/0	10/1/1	2.5/5/1	2.5/1/4	5/1/4	5/5/1	10/5/1	10/2.5/1	10/1/2	2.5/5/4	5/0/0	0/2.5/0	0/02.
WGBI	0.59	0.22	0.93	0.53	0.52	0.68	0.56	0.28	0.22	0.41	0.01	1.00	0.22
MSCI	0.00	0.13	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.13	0.15	0.13	0.00	0.00	0.19
CS/TR MS	0.41	0.66	0.07	0.47	0.48	0.32	0.44	0.60	0.63	0.46	0.99	0.00	0.58

Die resultierenden Portfolios weisen grundsätzlich eine hohe Ähnlichkeit mit den zuvor erhaltenen Portfolios auf.
In einem zweiten Schritt wird angenommen, dass Ende Dezember 2005 gemäss den jeweils errechneten Portfoliogewichten investiert wird. Basierend auf den Daten von Januar 2006 bis Juli 2008 werden dann Mittelwert, Schiefe und Kurtosis dieser Port-

folios berechnet. Mit bloss 31 Datenpunkten ist die Aussagekraft bezüglich der höheren Momente sicherlich etwas reduziert, was deren Verhalten, das den Vorhersagen teils grob widerspricht, erklären mag. So hat das Minimum-Kurtosis-Portfolio eine höhere Kurtosis und eine höhere Schiefe als das Maximum-Schiefe-Portfolio. Das führt beispielsweise dazu, dass das Portfolio, wo Schiefe hoch und die andern Momente tief gewichtet sind, eine tiefere Schiefe aufweist als das Portfolio, wo Schiefe und Kurtosis hoch und nur die Rendite tief gewichtet sind.

Abbildung 11: Portfoliomomente (Jan 06 bis Jul 08)



Betrachtet man die kumulierte Rendite der verschiedenen Portfolios ergibt sich folgendes Bild:

Investorpräferenz	kumulierte Rendite (31 Monate)	kumulierte Rendite p.a.
5/1/4	5.54%	2.14%
2.5/1/4	5.53%	2.14%
10/5/1	5.52%	2.14%
5/2.5/0	5.51%	2.13%
5/5/1	5.45%	2.11%
2.5/5/4	5.44%	2.11%
10/2.5/1	5.43%	2.10%
10/1/1	5.40%	2.09%
10/1/2	5.37%	2.08%
5/0/0*	5.31%	2.06%
2.5/5/1	5.29%	2.05%
0/0/2	5.29%	2.05%
0/2.5/0	5.25%	2.03%

*Markowitz-Portfolio

Die Renditen liegen dicht beieinander, weil jeweils über 90% des Kapitals den sicheren Anlagen zugeordnet werden muss, um die Varianznormierung auf Eins einzuhalten.

Alle Portfolios, ausser das Optimum-Schiefe-, das Optimum-Kurtosis- und das Portfolio, das nur die Schiefe stark und die andern Momente schwach berücksichtigt, erwirtschafteten eine bessere Rendite als das Markowitz-Portfolio. Damit führt die Betrachtung der höheren Momente bei der Portfoliooptimierung mit Hedge Funds mit der multiplen Ziele-Methode hier zu besseren Resultaten als eine reine Markowitz-Optimierung.

Zwischen der Renditepräferenz und der, über den Betrachtungszeitraum erwirtschafteten Rendite, ist jedoch kein Zusammenhang erkenntlich. Eine Erklärung dafür bietet der Vergleich, der aus den historischen Daten geschätzten, mit den tatsächlich realisierten, annualisierten Monatsrenditen.

	Realisation	Schätzung
Hedge Funds	6.66	9.79
Aktien	4.27	5.16
Obligationen	8.30	5.03

Daraus wird sofort klar, dass der, die Rendite stark gewichtende, Investor ein vollkommen anderes Portfolio hätte verfolgen müssen, als die Schätzung angedeutet hatte.

Warum ein Multi-Strategy Fund Index?

Ein Multi-Strategy Index wird verwendet, weil die Optimierungen nach der multiplen Ziele-Methode, sowohl mit Hedge Fund Indices, die die gesamte Industrie abzudecken versuchen, als auch mit FoHF Indices, bei nur zwei weiteren Anlageklassen nicht funktionieren. Die Funktionsstörung äussert sich darin, dass bei der Erhöhung eines Präferenzparameters dessen zugehöriges Moment sich nicht stetig verbessert, sondern erst ab einem bestimmten Wert plötzlich berücksichtigt wird. Ab dem Punkt der Berücksichtigung des Moments „springt“ das optimale Portfolio sofort zum entsprechenden 2-Momente Optimum oder in dessen unmittelbare Nähe. Dieses Verhalten liess sich bei Veränderungen aller Rendite- und einiger Schiefe- und Kurtosispräferenzparametern beobachten. Bei letzteren ist aufgrund der überaus starken Dominanz der Schiefe- und Kurtosisabweichungen die Wahl einer hohen Renditepräferenz nötig, um überhaupt vom Optimum-Schiefe- und Optimum-Kurtosis-Portfolio abzuweichen.
Dieses sprunghafte Verhalten hat die Konsequenz, dass die einzelnen Momente nicht mehr nach Präferenzen gewichtet werden können, sondern lediglich entschieden werden kann, ob ein Momente nun berücksichtigt werden soll oder nicht. Wer nun denkt, immerhin wird bei Berücksichtigung aller Momente eine ausgewogen verteilte Gewichtung der verschiedenen Risiken erreicht, liegt falsch. Denn tatsächlich zu beobachten ist eine klare Dominanz desjenigen Moments, dessen Abweichung vom Portfolio, das es nicht berücksichtigt, zum Portfolio, das bei voller Berücksichtigung optimal ist, am grössten ist. Im Appendix B wird die Funktionsstörung der multiplen Ziele-Methode bei nur zwei weiteren Anlageklassen an einigen Indices demonstriert.
Interessanterweise kann die Problematik der „springenden“ Portfoliogewichte durch die Verwendung eines Multi-Strategy-Fund-Indices entschärft werden, wie die bereits gemachten und weitere, im Anhang durchgeführten, Präferenzparameteranalysen zeigen.
Eine Erklärung dafür, dass Multi-Strategy-Fund-Indices diese Problematik korrigiert, ist, dass sie bei den höheren Momenten, insbesondere bei der Kurtosis, eine stärkere Dekorrelation aufweisen, als die allgemeinen Indices. Die stärkere Dekorrelation bei der Kurtosis ist daran erkennbar, dass im Minimum-Kurtosis-Portfolio ein erstaunlich hoher Anteil den Hedge Funds zugeordnet wird. Erstaunlich umso mehr, als dass die Kurtosis der Hedge Funds für sich allein, diejenige der andern Anlageklassen deutlich übertrifft. Trotzdem scheinen die Multi-Strategy-Hedge Funds bei extremen Ereignissen stark genug diversifizierend zu wirken, um auch im Minimum-Kurtosis-Portfolio, ein hohes Gewicht zu erhalten.
Durch den positiven Effekt der Diversifizierung bei der Kurtosis entstehen, im Gegen-

satz zu den, alle Strategien berücksichtigenden, Indices, keine relativen Minima der Zielfunktion, deren Z-Werte sich bei ändernden Präferenzparametern „kreuzen“, wodurch die Portfoliogewichte sich abrupt ändern. Dadurch lassen sich für die Präferenzen zu den einzelnen Momenten auch wirklich verschiedene Niveaus annehmen und die Parameterfestlegung beschränkt sich nicht darauf nur zu entscheiden, ob ein Moment nun berücksichtigt werden soll oder nicht.
Der höhere Diversifizierungseffekt der Multi-Strategy-Funds bei der Kurtosis lässt sich mit deren höheren Flexibilität erklären. Agarwal und Kale (2007) erwähnen die Möglichkeit der Multi-Strategy-Funds leichter zwischen einzelnen Strategien wechseln zu können. Dadurch kann das Marktexposure des Portfolios rasch angepasst werden. So kann bei einem Bullenmarkt vermehrt auf Strategien gesetzt werden, die von einer positiven Marktentwicklung profitieren, während bei Bärenmärkten den marktneutralen Strategien mehr Gewicht gegeben werden kann.
Diese Möglichkeit zur Tactical Asset Allocation geht bei den breit gefassten Indices verloren, da viele Hedge Fund auf einzelne Strategien spezialisiert sind und daher auch bei ungünstigen Bedingungen für die jeweilige Strategie darauf verblieben werden muss. Sei dies nun aufgrund des Fondsreglements, in dem man sich der Verfolgung einer bestimmten Strategie verpflichtet hat, oder schlicht aus Mangel an Managementfähigkeit und –Erfahrung eine andere Strategie verfolgen zu können. FoHF-Portfolios können verschiedene Funds-Strategien beinhalten, deren Zusammensetzung ist allerdings meist über die Zeit relativ konstant. Eine Tactical Asset Allocation ist für einen FoHF allerdings sowieso nicht möglich, da sowohl zum Aufbau als auch zur Auflösung einer Position im allerbesten Fall mit einer minimalen Dauer von ein bis drei Monaten gerechnet werden muss.

Fazit

Wie der Vergleich mit dem Markowitz-Portfolio zeigt, werden mit dem multiplen Ziele Ansatz die höheren Momente klar berücksichtigt. Damit taugt die Methode zur Berücksichtigung der Risiken, die aus der für Hedge Funds typischen Verteilung resultieren. So reagieren die Portfoliogewichte deutlich auf verschiedene Kombinationen der Präferenzparameter, was die Rendite-, Schiefe und Kurtosiswerte bei verschiedenen Sets von Präferenzparametern gezeigt haben.
Eine Schwäche der Methode ist sicherlich, dass sie Resultate liefert, die in keiner Weise mit der Kapitalisierung des Marktes zusammenhängen. In den hier vollzogenen Optimierungen ist das die grobe Vernachlässigung der Anlageklasse der Aktien. Grund dafür ist die Beschränkung der Basis zur Voraussage der zukünftigen Renditen auf die historische Betrachtung eines gewissen Zeitabschnitts, was kaum zur Berücksichtigung aller für die künftigen Renditen relevanten Faktoren führt.
Ein weiteres Problem stellt die Festlegung der Präferenzparameter dar. Davies et al. streichen zwar heraus, dass einem dabei alle Freiheiten gegeben sind, doch es bleibt zu bezweifeln, dass irgendein Investor seine Präferenzen auf intuitive Art festlegen kann. Dies wird insbesondere dadurch erschwert, als dass sich die Parameter, die man festlegen darf, im Exponenten der Risikofunktion befinden. Ein weiteres Hindernis, das mittels Intuition übersprungen werden sollte, stellt die Tatsache dar, dass zur Berechnung der Portfoliorendite die sichere Anlage miteinbezogen wird, deren risikomildernder Effekt bei der Portolioschiefe und –kurtosis aber vernachlässigt wird. Das Problem ist nun, dass der Anteil am sicheren Wertpapier nur beschränkt reduziert werden kann, da die Varianz auf eins normiert ist. Bei den hier betrachteten Datensätzen bedingt die Varianznormierung eine Allokation von über 90% zur sicheren Anlage, was die Portfoliorendite natürlich stark beeinflusst und die Wirkung von Veränderungen zugunsten der Rendite bei den riskanten Anlagen stark verkleinert.

Es bleibt der iterative Weg, um sich akzeptablen Werten anzunähern. Dabei besteht die Gefahr, dass die Werte in die Richtung „gezogen“ werden, die Portfolios ergibt, die man bereits ex ante als ideal erachtet hat. Damit wäre die Objektivität bei der Anlageentscheidung, die durch das Portfoliooptimierungsmodell gewährleistet werden sollte, stark gefährdet.
Dass die Gewichtung der Rendite bei den Hedge Fund- und FoHF-Indices nicht schrittweise erhöht, sondern lediglich an- oder abgeschaltet werden kann, zeigt ein weiteres Problem, das bei diesem Modell, zumindest im drei Anlageklassen-Fall, entstehen kann.
Nichtsdestotrotz kann das Modell wertvolle Informationen bei der Optimierung mit Nicht-Normalen-Verteilungen geben. Beispielsweise konnte es den positiven Effekt herausstreichen, den Hedge Funds zur Reduktion der Kurtosis bei den hier verwendeten Datensätzen hatten Dies ohne die Ko-Kurtosis zwischen den Anlageklassen explizit schätzen zu müssen. Ausserdem kann es, da das Modell auf Veränderungen der Präferenzparameter sehr gut reagiert, Ansatzpunkte liefern, welche Portfolios zur Vermeidung des Risikos eines bestimmten Moments gewählt werden sollten. Da die Festlegung der Präferenzparameter nicht nach einem systematischen Prozess abläuft, sollten allerdings mehrere Sets von Präferenzparametern betrachtet werden, bevor schliesslich die definitiven Portfoliogewichte festgelegt werden.
Ausser von Davies et al. wird der multiple Ziele Ansatz von Anson, Ho und Silberstein (2007) und Heidorn, Kaiser und Muschiol (2007) angewendet. Anson et al. kamen ebenfalls zum Schluss, dass mit diesem Ansatz, was für Hedge Funds entscheidend ist, Schiefe und Kurtosis explizit berücksichtigt werden. Auch Heidorn et al. kommen zum Schluss, dass bei der Allokation zu Hedge Funds auf Schiefe und Kurtosis Rücksicht genommen werden muss. Sie anerkennen aber, dass mit dem multiplen Ziele Ansatz, die Portfoliogewichte abhängig von den gewählten Investorpräferenzen stark schwanken, was deren genaue Analyse zwingend notwendig macht.

Portfoliooptimierung mit multiviariater Sk-t-Verteilung

Die Methode zur Asset Allokation bei nicht Normalität von Jondeau und Rockinger (2005) berücksichtigt die Nicht-Normalen Renditeverteilungen und die Dynamik der verschiedenen Momente über die Zeit. Die Nicht-Normalen Renditeverteilungen werden durch eine multivariate skewed Student-t-Verteilung (Sk-t) berücksichtigt. Die t-Verteilung berücksichtigt die fetten Enden der Verteilungen. Um auch die Asymmetrie der Verteilungen zu berücksichtigen wird die Sk-t-Verteilung verwendet. Dank der Erweiterung zur multivariaten Sk-t-Verteilung von Jondeau und Rockinger können die gemeinsamen Abhängigkeiten bei den ersten vier Momenten dargestellt werden. Nach Jondeau und Rockinger sind die vorteilhaften Eigenschaften der multivariaten Sk-t-Verteilung, dass sie eine direkte Erweiterung der Normal- und der t Verteilung ist und dass die dazugehörigen Parameter eine natürliche Interpretation haben.
Zusätzlich wird das dynamische Verhalten der Momente in die Optimierung mit einbezogen. Gemäss Jondeau und Rockinger (2002) wird das dynamische Verhalten der Momente dadurch erhalten, dass Parameter als Funktionen vergangener Renditen definiert werden. Damit werden Effekte wie das Volatility Clustering und

über die Zeit variierende Korrelation, die insbesondere bei extremen Ereignissen zu beobachten ist, berücksichtigt
Die Optimierung wird mit der Maximierung einer Nutzenfunktion vollzogen. Die Gewichtung der höheren Momente wird in der Nutzenfunktion durch eine Taylor-Approximation bestimmt. Da die Art der Abhängigkeiten zwischen den verschiedenen Investitionsmöglichkeiten aus der Sk-t-Verteilung klar werden, kann analytisch eine Lösung gefunden werden, denn durch die Modellierung der Renditen durch eine multivariate Sk-t-Verteilung, können ausser der Kovarianzmatrix, auch eine Ko-Schiefe- und eine Ko-Kurtosis-Matrix abgeleitet werden. Damit müssen Schiefe und Kurtosis nicht mehr, wie beispielsweise beim multiplen Ziele-Ansatz, über die aus den gesuchten Gewichten abgeleitete Linearkombination der ganzen Zeitreihe berechnet werden, sondern können analog zur Varianz direkt über die entsprechende Ko-Abhängigkeitsmatrix gefunden werden.
Jondeau und Rockinger verwenden als Beispiel für nicht-normale Renditeserien asiatische Emerging Markets wie Hong Kong, Südkorea, Taiwan oder Thailand. Sie führen auch einen Vergleich durch, der die Kosten der Annahme der Normalverteilung zeigen soll und kommen zum Schluss, dass diese Vereinfachung zu einem erheblichen Nutzenverlust führt.
Dadurch, dass Schiefe und Kurtosis und deren Ko-Abhängigkeiten mit der Sk-t-Verteilung berücksichtigt werden, ist dieses Modell zur Beurteilung von Hedge Fund-Verteilungen gut geeignet. Dass zusätzlich das dynamische Verhalten der Anlagemöglichkeiten berücksichtigt wird, ist ein weiterer Vorteil dieses Modells. Es stellen sich lediglich die Fragen, ob genügend Daten zur zuverlässigen Schätzung der nötigen Parameter vorhanden sind und wie treffend die Nutzenfunktion, insbesondere bezüglich der höheren Momente, festgelegt werden kann.

Risikomasse von Berényi

Vorgehen zur Bepreisung der Momente

Berényi (2001) hat zum Ziel Risikomasse zu konstruieren, die Nichtnormalität berücksichtigen und auch bei illiquiden Märkten berechenbar bleiben. Er basiert seine Risikomasse auf einem Multifaktor-Modell, dessen Faktoren die ersten vier Momente sind. Der Umfang der Entschädigung für die Inkaufnahme einzelner Risikofaktoren kann gemäss Berényi über ein Gleichgewichtsmodell, beobachtbare Marktentlöhnung der unterschiedlichen Risikofaktoren oder Annahmen zu den Investorpräferenzen geschehen. Berényi möchte es vermeiden hierzu zusätzliche Annahmen zu treffen. Auch das Ausgehen von einem Gleichgewichtsmodell erachtet Berényi als schwierig bei illiquiden Märkten. Dies trifft auch auf die Hedge Fund-Industrie zu, die einerseits illiquid ist, zusätzlich aber auch ein äusserst schwierig abzugrenzendes Universum bildet, was das finden eines Gleichgewichts enorm erschwert.
Darum stellt Berényi auf die beobachtbare Marktenschädigungen zur Messung der Kosten höherer Momente ab. Die Bepreisung der einzelnen Momente hat ausserdem den Vorteil, dass sie von liquidieren Märkten übernommen werden kann, wenn die Hypothese hält, dass die Grenzraten der Substitution zwischen den einzelnen Momenten auf verschiedenen Märkten identisch sind. Diese Hypothese begründet Berényi mit dem No-Good-Deal-Prinzip. Ein Good-Deal ist, wenn zwei Investmentgelegenheiten bei identischer Renditeverteilung nach statistischen Kriterien verschiedene Preise haben, da in diesem Fall der teurere Titel leer verkauft und mit dem Ertrag der günstigere Titel gekauft werden könnte. Dadurch erhält man einen sofor-

tigen Gewinn und ein Risikoprofil, dessen Risiken sich statistisch gesehen ausgleichen und daher langfristig weder Gewinn noch Verlust erwirtschaften. Da solche Good-Deals sofort realisiert werden, werden die Preise der beiden Investmentgelegenheiten mit identischen Renditeverteilungen sich rasch angleichen. Daraus ergibt sich, dass der Preis einer Einheit eines Risikofaktors auf allen Märkten identisch sein muss.

$$r_{bm} = \sigma_i^2 * p_{\sigma^2} + s_i * p_s + k_i * p_k + r_f$$

Berényi verwendet als Replikationsmarkt den Derivathandel, da sich daraus praktisch jede beliebige Verteilung kreieren lässt und dessen Liquidität hoch ist, so dass die Preise für die entsprechenden Momente auch wirklich die aktuell verlangte Entschädigung widerspiegeln. Um jede beliebige 4-Momente-Risikostruktur beurteilen zu können, wird für das zweite, dritte und vierte Moment ein Portfolio gesucht, wo das jeweilige Moment der einzige Risikofaktor darstellt. Gemäss Berényi ist jedoch ein reines Kurtosis-Portfolio nur sehr schwer realisierbar. Dieses wird daher synthetisch mit dem reinen Varianz-, dem reinen Schiefe- und dem Marktportfolio errechnet. Das Marktportfolio zeigt die Risiken, die im ganzen Markt bestehen. So erhält man die Benchmarkrendite, die für eine Einheit Varianz, Schiefe und Kurtosis auf dem Replikationsmarkt bezahlt wird. Zur Berechnung der Benchmarkrendite eines beliebigen Titels oder Portfolios i können nun dessen Momente σ_i^2, s_i und k_i mit den Preisen p für jedes Moment multipliziert und anschliessend zusammengezählt werden. Diese Benchmarkrendite gibt die Entschädigung für das eingegangene Risiko an, die auf dem Replikationsmarkt für dieses Risiko bezahlt werden würde.
Zur theoretische Fundierung, dass die Risikoentschädigung auf dem Eingehen von Varianz, Schiefe und Kurtosis basiert, leitetet Berényi folgendes Multi-Momente Capital Asset Pricing Modell (CAPM) her. Es gibt die Gleichgewichtsbedingungen für die einzelnen Titel des optimalen Investorportfolios

$$E(r_i) - r_f = \left[\frac{dE(W)}{d\sigma^2(W)}\right]\beta_{iP}\sigma^2(r_p) + \left[\frac{dE(W)}{ds\ (W)}\right]\gamma_{iP}s(r_p) + \left[\frac{dE(W)}{dk(W)}\right]\theta_{iP}k(r_p)$$

$$wobei:$$

$$\beta_{iP} = \frac{\sigma(r_i, r_p)}{\sigma^2(r_p)} = \frac{E\left[(r_i - E(r_i))(r_p - E(r_p))\right]}{E\left[(r_p - E(r_p))^2\right]}$$

$$\gamma_{iP} = \frac{s(r_i, r_{p_p}^2)}{s(r_p)} = \frac{E\left[(r_i - E(r_i))(r_p - E(r_p))^2\right]}{E\left[(r_p - E(r_p))^3\right]}$$

$$\theta_{iP} = \frac{k(r_i, r_p^3)}{k(r_p)} = \frac{E\left[(r_i - E(r_i))(r_p - E(r_p))\right]}{E\left[(r_p - E(r_p))^2\right]}$$

Beta, Gamma und Theta geben das systematische Risiko wider, das auch in einem optimal diversifizierten Portfolio nicht weiter reduziert werden kann, ohne auf Rendite verzichten zu müssen. Das systematische Risiko ist demnach diejenige Varianz oder Schiefe beziehungsweise Kurtosis, die vom Markt entschädigt wird. Die Berechnung der Marktentschädigung für die eingegangenen Risiken beruht auf den systematischen Risiken. Das heisst, dass nur Risiken, die nicht durch Diversifikation verkleinert werden können entschädigt werden und damit die Ko-Momente zwischen den Titeln in der Bepreisung berücksichtigt werden.
Die erzielte Überrendite des individuellen Portfolios gegenüber der sicheren Anlage

kommt durch das Eingehen von systematischer Varianz, Schiefe und Kurtosis als Risiken zustande, wobei die Gewichte bezüglich den einzelnen Momenten durch die jeweiligen Investorpräferenzen bestimmt werden. Diese werden durch die Ableitung der Nutzenfunktion nach den betreffenden Momenten festgelegt. Berényi legt bei seinen Risikomassen die Investorpräferenzen durch die Entschädigung des Marktes für die jeweiligen Momente fest, die, wie zuvor beschrieben, auf dem Replikationsmarkt beobachtet werden können.
Unter Annahme des Tobin'schen Seperation Theorems, dem zufolge von allen Akteuren nur ein optimales Risikoportfolio gehalten wird, das dann je nach Risikoaversion mit der sicheren Anlage gemischt wird, gilt obige Gleichung nicht nur auf Portfolio-, sondern auch auf Marktebene (die tiefgestellten p's in obiger Formel können in diesem Fall durch M's ersetzt werden).

Risikomasse

Berényi konstruiert nun verschiedene Risikomasse mit deren Maximierung das optimale Portfolio gefunden werden kann. Die einfachste davon ist, die Überschussrendite zu maximieren, wobei die Überschussrendite als Mehrrendite gegenüber der Benchmark mit dem gleichen statistischen Risikoprofil definiert wird.

$$\max E(r_p)-r_{bm}$$

Daraus resultiert ein Portfolio, das die Überschussrendite ohne Rücksicht aufs Risiko maximiert, so dass unter Umständen zwar eine traumhafte Mehrrendite erwirtschaftet wird, was allerdings bei einem vom Investor unerwünscht hohen Risiko geschehen kann. Darum verwendet Berényi als zweites Risikomass die Überschussrendite pro eingegangenem Risiko. Die Risikohöhe wird direkt an der Benchmark-Rendite gemessen, die je höher sie ist, desto mehr Risikoübernahme bedeutet. Damit wird auch das Risiko berücksichtigt, das eingegangen werden muss, um eine höhere Überschussrendite zu erreichen.

$$\max \frac{E(r_p) - r_{bm}}{r_{bm} - r_f}$$

Als drittes Risikomass beschreibt Berényi eine angepasste Sharpe Ratio. Er nimmt als Risikomass sein Varianzäquivalent und als Benchmarkrendite schlägt er entweder die sichere Anlage oder die durchs Replikationsportfolio errechnete Benchmark vor, favorisiert aber letzteres, weil es Informationen zur Performance relativ zu vergleichbaren Investments liefert.

$$a_1SR_p = \frac{E(r_p) - r_f}{-\tau(\text{variance equivalent})} = \frac{E(r_p) - r_f}{-\tau(\sigma^2(r_p) + \frac{\kappa}{\tau}s(r_p) + \frac{\delta}{\tau}k(r_p))}$$

$$a_2SR_p = \frac{E(r_p) - r_{bm}}{-\tau(\sigma^2(r_p) + \frac{\kappa}{\tau}s(r_p) + \frac{\delta}{\tau}k(r_p))}$$

Das Varianzäquivalent gewichtet Varianz, Schiefe und Kurtosis mit den Parametern τ, κ und δ. Die obige Form hat nach Berényi den Vorteil, dass dabei gezeigt wird, wie stark die Varianz verändert werden muss, um eine zusätzliche Einheit Schiefe oder Kurtosis ceteris paribus zu kompensieren. Diese Parameter werden der Entschädigung durch den Replikationsmarkt einer systematischen Einheit des betreffenden Moments gleichgesetzt (um erkenntlich zu machen, dass nur systematisches Risiko für die Höhe der Entschädigung relevant ist, wird jeweils $\sigma^2(r_M)$ statt einfach σ^2 verwendet).

$$\text{Varianzparameter} = \tau = -\frac{\mathrm{E}(\mathrm{r}_{\sigma^2}) - \mathrm{r}_\mathrm{f}}{\sigma^2(r_M)} = -\frac{dE(W)}{d\sigma^2(W)}$$

$$\text{Schiefeparameter} = \kappa = -\frac{\mathrm{E}(\mathrm{r}_\mathrm{s}) - \mathrm{r}_\mathrm{f}}{\mathrm{s}(r_M)} = -\frac{dE(W)}{ds(W)}$$

$$\text{Kurtosisparameter} = \delta = -\frac{\mathrm{E}(\mathrm{r}_\mathrm{k}) - \mathrm{r}_\mathrm{f}}{\mathrm{k}(r_M)} = -\frac{dE(W)}{dk(W)}$$

Die a_2SR kann interpretiert werden, als Performance im Vergleich zum Replikationsmarkt. Ist sie negativ, bringt der bemessene Markt keine Verbesserung und je stärker die Ratio im positiven Bereich ist, desto deutlicher wird der Replikationsmarkt geschlagen. Diese Ratio kann zu beliebigem Risiko bestimmt werden. Berényis aSRs haben den Vorteil gegenüber seinem zweiten Risikomass, wo die Risikohöhe direkt an der Höhe der Benchmarkrendite abgelesen wird, dass sie zeigen, durch die Inkaufnahme welcher Momente die Überrendite zustande kommt. Ausserdem erlaubt die aSR die Gewichte für die einzelnen Momente unabhängig vom Markt festzulegen, so dass auch sich vom Markt unterscheidende Momentpräferenzen berücksichtigt werden können. Bei den ersten beiden Risikomassen wird angenommen, dass der Investor die gleichen Momentpräferenzen wie der Markt hat.
Die Risikomasse vermögen zu überzeugen, weil sie einen systematischen Ansatz haben, um die verschiedenen Momente in der Portfoliooptimierung zu gewichten. Ihnen unterliegen die Annahmen, dass die eigenen Investorpräferenzen denjenigen des Marktes entsprechen, dass die Bepreisung der systematischen Risiken von Replikationsmärkten stimmig abgelesen werden können und dass die höheren Momente der verschiedenen Anlagemöglichkeiten richtig bestimmt werden können. Falls die vorhandenen Daten die genannten Annahmen rechtfertigen, ist dieses Modell bestens geeignet, um eine Portfolio-Optimierung mit Hedge Funds zu vollziehen, da das Problem der Präferenzbestimmung auf elegante Weise gelöst wird, indem die höheren Momente auf eine systematische Weise berücksichtigt werden.

Verteilungsbasierte Optimierungsmodelle

Portfoliooptimierung mit der Omega-Ratio von Keating und Shadwick

Definition Omega Ratio

Die Omega Ratio ist ein Mass, das gemäss Keating und Shadwick (2002a) alle, in der Zeitreihe enthaltenen, Informationen mit einbezieht. Dazu bildet sie nach Keating und Shadwick, die nach Wahrscheinlichkeiten gewichtete Ratio von Gewinnen zu Verlusten, wobei Gewinne oder Verluste durch über- beziehungsweise unterschreiten der Zielrendite definiert sind. Diese Ratio lässt sich gut über die kumulative Verteilungsfunktion bestimmen:

$$\Omega(r) = \frac{\int_r^b (1-F(x))dx}{\int_a^r F(x)dx}$$

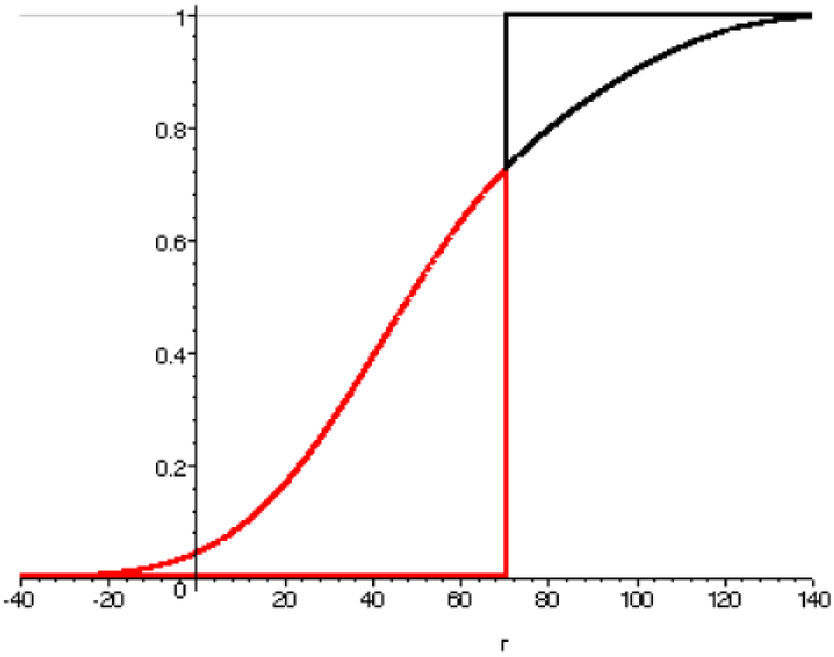
$[a,b]$ = beschriebenes Intervall

$F(x)$ = kumulative Verteilungsfunktion der Renditen

r = Zielrendite

Grafisch lässt sich die Omega Ratio ebenfalls leicht darstellen. Sie entspricht der schwarzen geteilt durch die rote Fläche in untenstehender Abbildung, wobei die Flächen durch die Zielrendite r=70 getrennt werden.

Abbildung 12[3]: Omega-Ratio an kumulativer Verteilungsfunktion



Die Omega Ratio hat den Vorteil, dass sie, wie Keating und Shadwick zeigen, auch alle höheren Momente berücksichtigt. So werden sogar die speziellen Eigenschaften von Verteilungen berücksichtigt, deren Nicht-Normalität erst bei den Momenten acht bis zehn sichtbar werden. Ausserdem wird berücksichtigt, dass die Varianz ein symmetrisches Risikomass ist, das heisst, dass höhere Verlustmöglichkeiten mit höheren Gewinnmöglichkeiten einhergehen. So kann gemäss Keating und Shadwick ein Investor einen Titel mit gleichem Mittelwert aber höherer Varianz bevorzugen, falls er eine Rendite favorisiert die etwas über dem Mittelwert liegt.

Portfoliooptimierung

Die Entscheidungsregel bei der Omega-Ratio ist, dass zu gegebenem Renditelevel ein höheres Omega einem tieferen vorgezogen wird. Dies ist äusserst plausibel, denn damit wird nach einem möglichst hohen, nach Wahrscheinlichkeiten gewichteten, Gewinn-pro-Verlust-Verhältnis gestrebt. Die Portfoliooptimierung wird durch die Maximierung der Omega-Ratio vollzogen. Keating und Shadwick betonen, dass hierbei keine Annahmen zu den Investorpräferenzen bezüglich einzelner Momenten

[3] Keating und Shadwick (2002). A Universal Performance Measure, pp. 11

oder deren Nutzenfunktionen gemacht werden müssen.
Die individuelle Risikoaversion kann durch die Wahl der Zielrendite festgelegt werden, wobei eine höhere Zielrendite Ausdruck von sinkender Risikoaversion ist. Kann man die Risikoaversion nicht mit einer Zielrendite ausdrücken, kann die Omega-Ratio auch als Funktion der Zielrendite aufgezeichnet werden. Dabei entstehen für die verschiedenen Anlagemöglichkeiten fallende Kurven, die sich unter Umständen mehrmals schneiden. Zur Portfoliozusammensetzung muss nun lediglich ein Bereich zwischen zwei Schnittpunkten, der der gewünschten Risikohaltung entspricht, gewählt werden und nach der dort höheren Omegaratio entschieden werden.
Gemäss Keating und Shadwick (2002b) sollte man sowieso, um ein volles Bild der relativen Performance zweier Assets zu erhalten, die Omega-Ratio über einen grösseren Bereich von Renditen betrachten. Bei Betrachtung eines Bereichs von Omega-Ratios ergibt sich nach Keating und Shadwick (2002b) ein weiteres Risikoindiz nämlich die Steilheit der Omegakurve, wobei gilt je steiler desto weniger riskant. Das erklärt sich dadurch, dass bei steileren Omegakurven extreme Ereignisse, sowohl im positiven als auch im negativen weniger Gewicht haben und damit weniger wahrscheinlich sind, wodurch die Verteilung sicherer wird.
Favre-Bulle und Pache (2003) konstruierten mittels der Omega Ratio eine Efficient Frontier, indem sie die nach Wahrscheinlichkeiten gewichteten Verluste gegenüber den nach Wahrscheinlichkeiten gewichteten Gewinnen relativ zu einer Zielrendite plotteten. Togher und Barsbay (2007) erweiterten diesen Ansatz, indem sie die Kurven der Omega Ratios mehrerer Portfolios bei sich stetig verändernder Zielrendite aufzeichneten.
Die Omega-Ratio liefert einen Ansatz wie man zwischen verschiedenen Verteilungen die vorteilhafteste auswählt. Sie bietet allerdings keinen Ansatz, wie die Ko-Abhängigkeiten von verschiedenen Anlagen gezeigt werden können, sondern nur ein Mittel wie man gegebene Verteilungen miteinander vergleichen kann. Findet man eine Möglichkeit, die Abhängigkeiten in einem Portfolio zu modellieren, ist die Optimierung mit der Omega-Ratio auch für Hedge Funds eine gute Lösung, da damit all ihre Verteilungseigenschaften berücksichtigt werden.

Monte Carlo

Morton, Popova, Popova und Yau (2007) anerkennen, dass zur Portfoliobildung mit Hedge Funds, keine exakte Lösung gefunden werden kann, falls man deren Nicht-Normale Verteilung berücksichtigt. Sie verwenden stattdessen eine näherungsweise Lösung, die die Renditen der Hedge Funds mit Monte-Carlo Simulationen modelliert. Monte-Carlo-Simulationen generieren eine beliebige Zahl von Zufallsszenarien basierend auf einer zu definierenden Verteilung.
In einem ersten Schritt wird dabei eine Obergrenze der möglichen Rendite gefunden, indem man Zufallsszenarien generiert und darauf basierend die optimalen Gewichte errechnet. In einem zweiten Schritt errechnet man die Untergrenze, indem man die Rendite bei neu generierten Szenarien mit den vorher gefundenen Gewichten berechnet. Bei einer grossen Zahl von Szenarien konvergieren die Ober- und die Untergrenze. Damit sind realistische Zukunftsvoraussagen für die angenommene Verteilung gefunden.
Die Verteilungsannahmen für die Hedge Funds werden beruhend auf historischen Daten getroffen. Um die Autokorrelation und die Survivorship-Verzerrung der Hedge Funds zu korrigieren, werden Standardabweichung und Mittelwert im Zuge eines

„gesunden Pessimismus“, wie Morton et al. sich ausdrücken, angepasst. Schiefe und Kurtosis werden auf den historischen Werten belassen. Zum Erhalt einer Verteilung mit den gewünschten Eigenschaften genügt die Mischung verschiedener Normalverteilungen.
Die Portfoliooptimierung, die mit den Zufallsszenarien gemacht wird, geht bei Morton et al. folgendermassen: Es wird die Wahrscheinlichkeit maximiert eine gewisse Benchmark r_1 zu übertreffen. Zur Messung des Risikos soll gleichzeitig der Expected Shortfall bei Unterschreitung eines Wertes r_2 minimiert werden. Die Verwendung des Expected Shortfall als Risikomass berücksichtigt die Nicht-Normalität der betreffenden Märkte. Anders als der Value at Risk, der lediglich die Grenze des Verlustes angibt, die zu gewisser Wahrscheinlichkeit nicht unterschritten wird, fokussiert der Expected Shortfall genau auf die zu erwartenden Verluste bei Unterschreiten dieser Grenze. Er gibt den Erwartungswert dieser Verluste wieder und berücksichtigt damit die fetten Enden von Verteilungen. Die Gewichtung der beiden Ziele erfolgt durch den Risikoaversionskoeffizienten λ:

$$\max P(\omega^T X > r_1) - \lambda E_X[r_2 - \omega^T X]^+$$

Durch Variation von λ kann hieraus eine Efficient Frontier berechnet werden, auf der dann je nach Grad der Risikoaversion das optimale Portfolio gewählt werden kann. Dadurch dass die Verlust- und die Gewinnwahrscheinlichkeit unterschiedliche Benchmarks haben, entsteht die interessante Möglichkeit bezüglich den, zwischen den Benchmarks liegenden Punkten, Indifferenz auszudrücken, da der betreffende Bereich der Verteilung in der Optimierung keinerlei Berücksichtigung mehr findet, da die zugehörigen Renditen weder als Verlust noch als Gewinn gewertet werden. Möchte man die ganze Verteilung in der Optimierung berücksichtigen müssen für r1 und r2 die gleichen Werte angenommen werden.
Damit präsentieren Morton et al. wie die Omegaratio eine Optimierungsmöglichkeit, die auch das Aufwärtspotential einer Verteilung berücksichtigt. Die Nachteile dieses Modells sind die Schwierigkeit der Verteilungsspezifizierung und die Vernachlässigung der Modellierung der Ko-Momente zwischen den einzelnen Anlagen.

Black-Litterman basierte Modelle

Der klassische Black-Litterman Ansatz

Der Black-Litterman Ansatz kombiniert gemäss Black und Litterman (1992) mit Markowitz’ Mittelwert-Standardabweichungs-Optimierung und Sharpe und Lintners CAPM zwei etablierte Portfoliooptimierungstheorien. Das CAPM fliesst dadurch ins Black-Litterman-Modell ein, dass man die Marktallokation als vernünftige Allokation betrachtet und daher bei der Optimierung von ihr ausgeht. Allerdings wird dem Investor gewährt eine eigene, von den Markterwartungen abweichende, Sicht zu haben. So kann ein Investor mit einem Informationsvorsprung den Markt schlagen. Mittels dieser Investorerwartungen werden die Markterwartungen so angepasst, dass schliesslich Renditevoraussagen errechnet werden, die mit der Investorsicht übereinstimmen, aber so nahe wie möglich an denjenigen des Marktes liegen. Mit diesen erwarteten Renditen wird dann eine Portfoliooptimierung durchgeführt. Black-Litterman verwendete dabei Markowitz’ Mittelwert-Standardabweichungs-Methode.

Dadurch, dass man mit den Erwartungen des Marktes von einem neutralen Referenzpunkt ausgeht, werden die Gewichte des optimalen Portfolios nach Drobetz (2001) stabiler und weniger extrem als mit der traditionellen Mittelwert-Standard–abweichungs-Methode von Markowitz basierend auf historischen Daten.
Der klassische Black-Litterman-Ansatz ist nicht speziell auf die Bedürfnisse einer Optimierung mit Hedge Funds zugeschnitten. Es gibt aber verschiedene Erweiterungen dieses Ansatzes zur Erfassung der spezifischen Hedge Fund-Risiken. Darum beschreibe ich zuerst die klassische Black-Litterman-Methode genauer.

Markterwartungen

Bei der Black-Litterman Methode wird von neutralen, vom Markt erwarteten Renditen ausgegangen. Gemäss Black and Litterman (1992) müssen sie zu einer Räumung des Marktes führen, falls alle Investoren die gleichen Erwartungen haben. Damit bildet, falls das CAPM hält, die Kapitalisierung des Marktes ein optimales Portfolio zu den Renditeerwartungen des Marktes. Folglich kann man die Renditeerwartungen des Marktes $\underline{\pi}$ aus den Marktgewichten $\underline{w}$ bestimmen. Man erhält die erwarteten Marktrenditen mittels einer umgekehrten Optimierung. Umgekehrt weil nicht, wie üblich, die optimalen Gewichte aus den Renditevoraussagen errechnet werden, sondern die Renditevoraussagen aus den optimalen, weil bei geräumtem Markt bestehenden, Gewichten. Die Herleitung dazu findet sich im Appendix C.

$$\underline{\pi} = \lambda \Sigma \underline{w}$$

Zusätzlich zu den Marktgewichten $\underline{w}$ müssen die Risikoaversion λ der Marktteilnehmer und die Kovarianzmatrix Σ festgelegt werden. Letztere kann nach Pézier (2007) mittels historischen Renditen oder aktuellen Optionspreisen bestimmt werden. Der Koeffizient der Risikoaversion ist gemäss Pézier und White (2008) je nach Investor verschieden, was allerdings nicht von grosser Bedeutung ist, denn die Proportionen der riskanten Assets im optimalen Portfolio werden mit anderem Lambda nicht verändert, da alle Renditen gleichermassen mit ihm multipliziert werden. Sinnvollerweise wird nach Pézier und White (2008) ein Lambda zwischen zwei und sechs gewählt, um Renditeerwartungen zu erhalten, die mit den langfristigen Aktien- und Bond-Indices korrespondieren.

Investorsicht

Die Black-Litterman-Methode erlaubt, ausgehend von diesem Marktportfolio, eine individuelle Investorerwartung in die Optimierung mit einzubeziehen. Dabei werden die Renditeerwartungen des Marktes mit denen des einzelnen Investors kombiniert und man erhält Renditeerwartungen, die der individuellen Investorsicht gerecht werden. Mittels einer Portfoliooptimierung, basierend auf diesen Renditeerwartungen, können die dazu idealen Gewichte der verschiedenen Anlagemöglichkeiten errechnet werden.
Die Investorerwartungen können auf verschiedene Weise ausgedrückt werden. Man kann absolute Renditeerwartungen für einzelne Assets annehmen, muss aber nicht wie bei der klassischen Markowitz-Optimierung für jeden Asset des Universums eine Renditeschätzung machen, sondern kann die Einschätzung gewisser Assets dem Markt überlassen. Gemäss Black und Litterman haben Investoren jedoch weit häufiger als eine absolute, eine relative Sicht der zukünftigen Renditen. So machen sie eine Aussage über die Performance von Assets gegenüber den Markterwartungen oder andern Assets. Eine Investorsicht könnte beispielsweise sein, dass Aktie A

10% mehr Rendite erwirtschaftet als Aktie B. oder dass Sektor C 5% mehr Rendite generieren wird als der Markt voraussagt.

Kombination Investor- und Markterwartungen

Zur Kombination der Erwartungen erlaubt die Black-Litterman auszudrücken, wie stark man der eigenen Sicht vertraut, was ermöglicht die Renditeerwartungen des Investors und die des Marktes zu „mischen". Diese Mischung führt zu Renditevoraussagen (BL-Renditen), auf Grund derer schlussendlich die Portfoliooptimierung vollzogen wird. Hat der Investor eine absolute Sicht der Renditen, so ist dieser Schritt eine simple Interpolation. Vertraut man der eigenen Sicht zu 100 Prozent vollzieht man eine klassische Markowitz-Optimierung bei der die Markterwartungen gänzlich unberücksichtigt bleiben. Hat man weniger Vertrauen in die eigene Sicht bildet man einen, je nach Glauben an die eigene Sicht, gewichteten Durchschnitt zwischen den Markt- und den individuellen Erwartungen. Hat man keinerlei Vertrauen in die eigene Sicht erhält man die Erwartungen des Marktes und sollte das Marktportfolio halten.
Bei relativen Investorerwartungen resultieren die BL-Renditen jedoch nicht aus einer einfachen Interpolation, sondern aus der Minimierung der Überrenditen über den Markterwartungen. Hierbei wird von Black und Litterman angenommen, dass Markt- und Investorsicht unsicher sind und am besten mit Zufallsverteilungen ausgedrückt werden. Die Unsicherheit über die Investorsicht lässt sich durch einen Fehlerterm einbauen der zu ihr hinzuaddiert wird. Der Fehlerterm ist gemäss Black und Litterman um Null normalverteilt und hat eine diagonale Kovarianzmatrix. Das beruht auf der Annahme, dass die Schätzfehler der einzelnen Assets untereinander unkorreliert sind. Mittels den einzelnen Diagonaleinträgen kann der Investor seine Unsicherheit gegenüber den einzelnen Assets ausdrücken (Position 1,1 Unsicherheit Investorsicht Asset 1, Position 2,2 Unsicherheit Investorsicht Asset 2,…, Position n,n Unsicherheit Investorsicht Asset n). Die BL-Renditen können durch eine Kombination dieser Verteilungen gefunden werden.
Im Spezialfall wo sich der Investor seiner Sicht hundertprozentig sicher ist, können die BL-Renditen gemäss Black und Litterman durch eine Minimierung der Überrenditen gegenüber dem Markt mit den Investorerwartungen als linearer Restriktion errechnet werden.
Erscheinen die BL-Renditen zu unrealistisch können sie gemäss Pézier (2007) durch eine (weitere) Interpolation den Markt-Renditen angenähert werden. Dies ist aber nach Pézier der letzte Ausweg, falls die eigene Sicht aus Zeit- oder Disziplinmangel nicht mehr angepasst werden kann.

Black-Litterman-Methode und Hedge Funds

Die Black-Litterman-Methode erlaubt einen Informationsvorsprung auch nur einzelner Anlagen oder Anlageklassen in die Portfoliooptimierung mit einzubeziehen. Damit ist sie sicherlich gut geeignet, um die optimale Hedge Fund-Quote zu bestimmen, da die Investorsicht gegenüber dieser alternativen Anlageklasse explizit ausgedrückt werden kann. Insbesondere können die individuellen Erwartungen bezüglich der Persistenz der Hedge Fund-Outperformance eingebracht werden, die in den letzten Jahren gegenüber der traditionellen Long-only-Aktienanlage zu beobachten war.
Ein besonderes Problem stellt bei der Verwendung der Black-Litterman-Methode für Hedge Funds die Marktgewichtung dar, da die Hedge Fund-Industrie, wie bereits erwähnt, schwierig abzugrenzen ist. Dieses Problem wird sofort gelöst, falls man die Annahme trifft, dass die Hedge Fund-Quote an der Weltkapitalisierung gleich Null gesetzt werden sollte. Diese Annahme wird damit begründet, dass die Hedge Funds

ihre Investments in andere Anlageklassen tätigen. Diese Wertpapiere erhalten bereits ein Gewicht in der Kapitalisierung der Aktien-, Obligationen- oder der Derivatmärkte. Würden nun den Hedge Funds zusätzlich ein Gewicht an der Weltkapitalsumme gegeben, würden die von Hedge Funds gehaltenen Titel doppelt gezählt, warum es sinnvoller ist das Marktgewicht der Hedge Fund-Industrie gleich Null zu setzen.
Eine weitere Unzulänglichkeit der Black-Litterman-Methode ist, dass die typischen Hedge Fund Verteilungen in der Herleitung der BL-Renditen unberücksichtigt bleiben, sofern sie nicht in die Investorsicht, durch eine tiefere Renditeerwartung, eingebaut werden. Die Fat-Tail-Risiken der Hedge Funds finden lediglich indirekt durch den tiefen Anteil dieser Industrie am Gesamtmarkt Berücksichtigung, was aber bereits zu realistischeren Hedge Fund-Quoten führt als bei Markowitz-Optimierungen. Die mangelnde Berücksichtigung der Hedge Fund typischen Risiken lässt sich sicherlich damit rechtfertigen, dass gemäss Pézier (2008) die Performance von alternativen Investments immer sehr subjektiv bleiben wird, da nur limitiert historische Daten erhältlich sind. Durch die schnelle Entwicklung neuer alternativer Produkte wird dieser Effekt gar noch verstärkt, da die nur beschränkt vorhandenen historischen Daten auch schnell an Wert verlieren. Da sehr grosse Unsicherheit über die Kontinuität der Performance der alternativen Investments besteht, ist es gewiss vernünftig, Erwartungen bezüglich deren Entwicklung explizit über die persönlichen Erwartungen in die Optimierung einzubringen.
Die Black-Litterman-Methode ist sicherlich wertvoll zur Optimierung mit Hedge Fund insbesondere, wenn man einige Anpassungen zu deren spezifischen Problemen vornimmt. Im Anschluss werde ich auf zwei Ansätze, die das tun, weiter eingehen.

eigene Optimierung nach Black Litterman

Im Folgenden wird illustrativ eine Optimierung nach Black Litterman durchgeführt. Es soll eine optimale Gewichtung der Anlageklassen Aktien, Obligationen und Hedge Funds gefunden werden. Zur Modellierung der Kovarianzmatrix dient der MSCI World als Aktienindex, der Citigroup WGBI als Obligationenindex und der CS/Tremont Hedge Fund Index (weitere Informationen zu den verschiedenen Indices findet sich im Kapitel eigene Optimierungen zur multiplen Ziele Methode). Die Investorerwartungen werden aus den Vorhersagen von GMO, einer global tätigen Investment-Management-Unternehmung, gewonnen.
Die Marktkapitalisierung der Aktien wird aus den Daten der World Exchange Federation (2007) hergeleitet, die der Obligationen aus den Daten der Bank for International Settlement (2008) und die der Hedge Funds vom HFR Global Hedge Fund Report (2008). Es wurden jeweils die Werte für Ende 2007 verwendet.

	Weltkapitalisierung in Bill US $	Anteile
Aktien	65.09	0.45
Obligationen	78.75	0.54
Hedge Fund	1.50	0.01
Total	**145.34**	**1.00**

Kovarianzmatrix

	Aktien	Obligationen	Hedge Funds
Aktien	2462.44	-40.21	772.37
Obligationen	-40.21	509.98	-52.75
Hedge Funds	772.37	-52.75	748.40

Daraus lassen sich die folgenden Renditeerwartungen des Marktes herleiten. Die zugehörige Kovarianzmatrix basiert auf prozentualen, annualisierten Renditen. Als Lambda wurde 0.02 gewählt (es ist um den Faktor hundert kleiner als vorher genannt, weil der Kovarianzmatrix prozentuale Renditen zugrunde liegen).

	Marktrenditen	GMO-Renditen	**BL-Renditen**
Aktien	21.78%	0.20%	**10.99%**
Obligationen	5.16%	1.90%	**3.53%**
Hedge Fund	6.50%	5.10%	**5.80%**
Vertrauen in GMO	0.5		

Da hier die vom Investor erwarteten Renditen nicht relativ zum Markt angegeben werden, sondern als absolute Werte festliegen und die Schwankung der Erwartungen unberücksichtigt gelassen wird, wird das Finden der BL-Renditen zur einfachen Interpolation zwischen den vom Markt- und den GMO-Renditen. Das Vertrauen in GMO wurde im Rahmen dieses illustrativen Beispiels völlig arbiträr festgesetzt. Die hohen erwarteten Renditen erklären sich durch die vergleichsweise äusserst unvorteilhaften (Ko-)Varianzwerten der Aktien, die derart hohe Renditeerwartungen impliziert, um die starke Gewichtung vom Markt zu rechtfertigen.
Mit den BL-Renditen kann nun mit einer Markowitz-Optimierung, das optimale Portfolio gefunden werden:

	optimales Portfolio
Aktien	0.30
Obligationen	0.51
Hedge Fund	0.18

Least Discrimination Alternative zu Black Litterman

Pézier's (2007) Least-Discrimination-Methode basiert auf der Idee von Black und Litterman bei der Portfoliooptimierung vom Marktgleichgewicht auszugehen. Anders als Black-Litterman wird hier nicht versucht den Erwartungswert der Black-Litterman-Renditen denjenigen des Marktes anzunähern, sondern den Erwartungsnutzen. Dadurch lässt sich berücksichtigen, dass sich die Risikoaversität in Bezug auf die erwartete Rendite nicht linear verhält. Pézier verwendet hierzu eine zum Vermögen konkav verlaufende Nutzenfunktion, womit höheren Renditen und damit höherem Risiko ein abnehmender Grenznutzen zugeordnet wird.
Der erhöhte Erwartungsnutzen, der durch den Einbezug der persönlichen Erwartungen zustande kommt, wird dadurch gemessen, wie stark sich das Sicherheitsäquivalent vergrössert. Diese Vergrösserung sollte gemäss Pézier minimiert werden, da jede darüber hinausgehende Verbesserung nicht mehr durch die persönliche Sicht unterstützt würde und daher illusorisch wäre. Pézier nennt dies analog zum No-Arbitrage-Prinzip das No-Illusion Prinzip. Nach Pézier können die Sicherheitsäquivalente von Fall zu Fall intuitiv durch den Investor bestimmt werden oder er kann seine Haltung gegenüber dem Risiko durch eine Nutzenfunktion festhalten.
Diese etwas veränderte Black-Litterman-Methode wendet Pézier und White (2008) auf alternative Investments mitunter auch Hedge Funds an. Zur Wahl eines adäquaten Risikomasses führen Pézier und White Test-Optimierung mit verschiedenen Risikomassen durch, die Schiefe und Kurtosis unterschiedlich berücksichtigen, und sie

zum Resultat führt, dass die einfache Sharpe-Ratio zur Beurteilung der von ihnen gewählten Datensätze genügt. Die getesteten Risikomasse sind die normale Sharpe-Ratio, eine von Pézier (2004) adjustierte Sharpe-Ratio und die Omega-Ratio mit verschiedenen Hürden der Zielrendite r (genaueres über die Omega-Ratio findet sich im betreffenden Kapitel):

$$\text{sharpe ratio} = \frac{r - r_f}{\sigma}$$

$$\text{Péziers adjustierte SR} = SR\left(1 + (\mu_3/6)SR - ([\mu_4 - 3]/24)SR^2\right)$$

$$\mu_3 = \text{Schiefe}, \mu_4 = \text{Kurtosis}$$

Pézier und White führten Optimierungen mit einer Investorsicht und den verschiedenen Risikomassen durch. Danach stellten sie die resultierenden, optimalen Portfolios in einem Mittelwert-Standardabweichungsdiagramm dar, worauf die Portfolios mit den verschiedenen Risikomassen dicht beieinander lagen. Das leuchtet sofort ein, da Veränderungen des dritten und vierten Moments, was durch die erweiterten Risikomasse berücksichtigt werden sollte, in einem solchen Diagramm nicht direkt sichtbar sind. Die Autoren schlossen jedenfalls daraus, dass daher die Wahl des Risikomasses in der betreffenden Datenlage keinen signifikanten Einfluss hat und verwendeten fortan die traditionelle Sharpe-Ratio. Dies erstaunt, denn teilweise ist ein grosser Einfluss der Wahl des Risikofaktors auf die Portfoliogewichte sichtbar, was darauf hindeutet, dass die erweiterten Risikomasse doch einen entscheidenden Einfluss auf die Portfoliobildung haben.
Pézier schlägt als Anpassungen der Black-Litterman-Methode an die nicht-normalverteilten Hedge Funds-Renditen verschiedene Risikomasse vor, deren Einfluss er allerdings als unbedeutend betrachtet. Ausserdem sucht er die Investorerwartungen über den Erwartungsnutzen statt den Erwartungswert an die Marktverteilung anzunähern. Das bedingt allerdings, dass Annahmen zum individuellen Investornutzen getroffen werden. Dabei kann der Einfluss der höheren Momente auf den Investornutzen ebenfalls berücksichtigt werden, wobei wiederum das grosse Problem der Präferenzfestlegung bezüglich der höheren Momente entsteht. Das brächte allerdings den Vorteil, dass die höheren Momente in der Optimierung berücksichtigt würden.

Die COP-Methode nach Meucci

Die Copula Opinion Pooling (COP) Methode von Meucci (2006a&b) basiert wie die Black-Litterman-Methode auf der Idee von einem Marktprior auszugehen. Da sie auf Verteilungen basiert, könnte sie allerdings ebenso gut den verteilungsbasierten Optimierungsmodellen zugeordnet werden.
Der Marktprior wird durch eine multivariate Verteilung[4] dargestellt. Die Zufallsvariablen, die diese multivariate Verteilung beschreiben, können die erwarteten Renditeverteilungen der einzelnen Wertschriften des betrachteten Universums beschreiben. Sie können aber auch beliebige andere Risikofaktoren sein, Meucci (2006a) nennt hier die Risikofaktoren eines Arbitragepreistheorie-Modells. Die statistischen Eigenschaften der Zufallsvariablen können durch historische Daten, markt-

[4] Eine multivariate Verteilung ist die Verteilung, die bei der Verteilungsbeschreibung eines Wertes resultiert, falls dieser Wert von verschiedenen Zufallsvariablen abhängt und man mehrere Zufallsvariablen berücksichtigt.

implizierte Werte, Gleichgewichtsargumente etc. hergeleitet werden und können jede durch eine Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion beschreibbare Form annehmen.
Analog zu Black-Litterman können die Investorerwartungen als Linearkombinationen der Marktzufallsvariablen beschrieben werden, können aber dazu ebenfalls eine beliebige Verteilung annehmen. Um nun einen Kompromiss zwischen der Erwartung des Marktes und der des Investors zu finden, werden in einem ersten Schritt die Erwartungen des Marktes bezüglich der Linearkombinationen ausgedrückt, in welchen auch der Investor seine Erwartungen beschreibt. Danach werden aus der prioren, multivariaten Verteilung des Marktes die prioren Marginalverteilungen des Marktes bezüglich der einzelnen Linearkombinationen erschlossen.[5]
Da jetzt die Markt- und die Investorverteilung in der gleichen Form dargestellt sind, können sie mit einer Opinion Pooling-Technik gemischt werden. Meucci wählt hierzu die Variante des gewichteten Durchschnitts. Denn wie Meucci (2006a) erläutert, existieren zwar viele Möglichkeiten zum Opinion Pooling, doch auch die komplexeren Methoden sind kaum effektiver als der intuitiv leicht verständliche Ansatz der Bildung eines gewichteten Durchschnitts zwischen der prioren Marginalverteilung des Marktes und der Verteilung der Investorerwartungen. Dabei hängen die Gewichtungen vom Vertrauen ab, das der Investorerwartung entgegengebracht wird. Aus dem Opinion Pooling resultieren die so genannten posterioren Marginalverteilungen, die die Sicht des Investors mit der des Marktes vereinigen. Die prioren Sichten und daher auch die posteriore Sicht sind in den Linearkombinationen ausgedrückt, die der Investor zum Beschrieb seiner Erwartungen verwendet hat.

$$\tilde{F}_k(v) \equiv c_k \hat{F}_k + (1 - c_k) F_k, \; k = 1, ..., K$$

wobei:

$\tilde{F}_k$ = posteriore, marginale Verteilung der k - ten Sicht

$\hat{F}$ = priore k - te Investorsicht

F_k = k - te priore, marginale Marktsicht

c_k = Investorvertrauen in seine k - te Sicht

K = Linearkombinationen bezüglich derer Investorsichten ausgedrückt sind

Im letzten Schritt müssen nun die gemeinsamen Abhängigkeiten der gefundenen, posterioren Marginalverteilungen berücksichtigt werden. Die gemeinsamen Abhängigkeiten werden durch eine Copula modelliert, die auf der prioren, multivariaten Marktverteilung basiert. Sie erlaubt aus den posterioren Marginalverteilungen auf eine multivariate Verteilung zu schliessen und so die Ko-Abhängigkeiten zwischen den verschiedenen Zufallsvariablen zu berücksichtigen.
Da die posterioren Marginalverteilungen die Verteilungen der einzelnen Linearkombinationen beschreiben, gibt auch die posteriore, multivariate Verteilung Beschreibungen der verschiedenen Linearkombinationen wieder. Damit nicht mehr ganze Linearkombinationen, sondern Zufallsvariablen beschrieben werden, müssen nun die Umkehroperationen der Linearkombinationen gemacht werden, die der Investor zur Beschreibung seiner Erwartungen benutzt hat. Daraus resultiert die posteriore, multivariate Beschreibung der Verteilung der Zufallsvariablen, was Meucci die posteriore, multivariate Marktverteilung nennt.
Mit der erhaltenen posterioren, multivariaten Marktverteilung, die die Investorerwar-

[5] Die Marginalverteilung ist die Verteilung, die resultiert, falls bei einer multivariaten Verteilung nur eine einzelne Zufallsvariable variiert wird, während alle andern Zufallsvariablen bei festen Werten konstant gehalten werden

tungen mit einschliesst, kann nun eine beliebige Portfoliooptimierung vollzogen werden. Ein genauerer Beschrieb, wie die posteriore Marktverteilung gefunden wird, findet sich im Appendix D.
Auf der posterioren Marktverteilung basierend kann nun eine Portfolio-Optimierung gemacht werden. Meucci (2006a) verwendet den Expected Shortfall als Risikomass. Zur Portfoliooptimierung sollen Gewichte gefunden werden, bei denen der Expected Shortfall zu gegebenem Konfidenzniveau (hier 95%) und minimal zu erreichender Zielrendite minimiert wird. Durch die Variation der Zielrendite erhält man eine Efficient Frontier, auf der wiederum das, zu verfolgende Portfolio, je nach Risikoaversion gewählt werden kann.
Der grosse Vorteil dieses Verfahrens ist sicherlich, dass auch nicht normalverteilte Zufallsvariablen, so beschrieben werden können, dass ihre Risiken berücksichtigt werden. Das Problem bei Hedge Funds ist aber, dass deren kurze Historie es erschwert, deren wahre Verteilung zu erfassen. Ebenfalls offen lässt die COP-Methode, wie die Copula, also die gemeinsame Abhängigkeitsstruktur vom Markt, gefunden werden kann.

Vergleich der Modelle

Die in dieser Arbeit vorgestellten Modelle werden in diesem Kapitel miteinander verglichen. Die Vergleichskriterien leiten sich von der Frage ab, wie die Modelle die für Hedge Fund typischen Eigenschaften in Betracht ziehen.
Die grösste Herausforderung eines Modells, das Hedge Funds, ihren Risiken entsprechend in die Optimierung mit einbeziehen soll, ist die Berücksichtigung von deren nicht-normalverteilten Renditen. Ebenfalls interessant ist, wie die Modelle mit der problematischen Datenlage, sprich den (zu) kurzen, verfügbaren Zeitreihen und den zahlreichen Verzerrungen in den Datenbanken umgehen. Dieser Schritt ist allerdings kein Kriterium für oder gegen einzelne Modelle, da die Datenbereinigung unabhängig von der Porfoliooptimierung verläuft und so auf die Inputdaten eines beliebigen Modells angewandt werden kann.
Die Vergleichbarkeit der Modelle relativiert sich allerdings dadurch, dass nicht alle Modelle auf den gleichen Schritt der Porfoliooptimierung fokussieren. Denn wie bereits Markowitz (1952) betont, läuft der Portfoliooptimierungsprozess in zwei Phasen ab. In einer ersten Phase muss sich der Investor seinen Glauben bezüglich der zukünftigen Performance bilden, aufgrund deren er schliesslich in der zweiten Phase sein Portfolio konstruiert. Die verschiedenen hier geschilderten Modelle bringen Innovationen bezüglich beider Phasen, wobei sie jeweils ihren Schwerpunkt auf eine der beiden Phasen legen. Die Black-Litterman basierten Modelle konzentrieren sich dabei auf die Phase der Herausbildung einer möglichst realistischen Performancevoraussage, während sich die moment- und verteilungsbasierten Modelle hauptsächlich mit der zweiten Phase befassen.

Berücksichtigung der Datenproblematik

Die Datenproblematik der Hedge Funds stellt sich bei allen, auf historischen Daten basierten, Modellen. Die verschiedenen Modelle verwenden unterschiedliche Ansätze, um diese zu mildern. Die verschiedenen Ansätze zur Berücksichtigung der

Verzerrungen in den Daten, lassen sich beliebig mit den verschiedenen Modellen zur Portfoliooptimierung kombinieren, da der Schritt der Datenbereitstellung, so diese auf historischen Daten basieren, unabhängig vom Schritt der Portfoliooptimierung ist. Einige der Modellbeschriebe gehen auch von bereits bereinigten Daten aus.
Aufgrund der problemlosen Austauschbarkeit sollte die Art der Datenbereinigung nicht als Kriterium für oder gegen das eine oder andere Modell verwendet werden, sondern die, als beste erachtete, Methode der Portfoliooptimierung mit den bestmöglich bereinigten Daten gemacht werden.
Zur Korrektur der Survivorship-Verzerrung gibt es die Methode die Davies et al. (2006) anwendet und die nicht überlebenden Funds nach deren Meldeabbruch mit einem zufällig gewählten Funds gleicher Grösse und Strategie ersetzt, um so die Zeit vor Abbruch derer Performancemeldung im Datensatz behalten zu können. Eine einfachere Methode hierzu wird von Cvitanic et al. (2002) angewandt, die den betreffenden Hedge Fund-Index mit einem Pauschalabzug belasten, dessen Höhe sie aufgrund empirischer Evidenz für die Verzerrung festlegen. Gleichermassen können sie die Backfill- und die Selection-Verzerrung berücksichtigen. Gemäss Fung und Hsieh (2000) könnend die genannten Verzerrungen auch schlicht durch die Verwendung von FoHF-Indices stark entschärft werden.
Weiter wichtig ist sicherlich, die bei Hedge Funds zu beobachtende Autokorrelation zu entglätten, wie das beispielsweise von Davies et al. (2006) gemacht wird.
Auch auf Gleichgewichtsargumenten basierende Modelle wie die Black-Litterman-Methode haben Schwierigkeiten mit den Hedge Funds. Black Litterman basiert seine (Ko-)Varianzannahmen ebenfalls auf historischen Daten und unterliegt damit der Autokorrelationsproblematik. Weit problematischer ist die Bestimmung des Marktgewichts der Hedge Fund-Industrie, da diese nicht genau abgegrenzt werden kann. Diese Problematik löst sich allerdings sofort, falls man die Hedge Funds gar nicht als Teil des Kapitalmarkts zählt und deren Marktgewicht gleich Null setzt.

Berücksichtigung der Nicht-Normalen Verteilungen

Beim Umgang mit den Nicht-Normalen Verteilungen der Hedge Funds lassen sich verschiedene Methoden erkennen. Die Eine ist, die Nicht-Normalität durch den Einbezug von Schiefe und Kurtosis ins Modell zu berücksichtigen. Sie wird von einigen modifizierten Sharpe Ratios, der multiplen Ziele Methode, der Portfoliooptimierung mit einer multivariaten Sk-t-Verteilung und den Risikomassen von Berényi verwendet.
Eine zweite Methode ist eine genaue Spezifizierung der Verteilung vorzunehmen, wodurch alle, in den verfügbaren Daten enthaltenen, statistischen Eigenschaften berücksichtigt werden. Diese Methode wird von der Omega-Ratio, dem Monte Carlo Ansatz und dem COP-Modell angewandt. Die Festlegung einer Verteilung lässt einem die Freiheit auch Verteilungen, die nicht durch die ersten vier Momente beschrieben werden können, zu berücksichtigen, wie Keating und Shadwick (2002) ausführlich am Beispiel der Omega-Ratio darlegen.
Eine weitere Möglichkeit ist, die Optimierung im Mittelwert-Standardabweichungsraum zu vollziehen und die Risiken der höheren Momente durch einen Renditeabschlag zu berücksichtigen. Die Black Litterman- und die Least Discrimination-Methode verlassen sich bei der Beurteilung der Höhe dieses Renditeabschlags beide auf die korrekte Risikobewertung der Märkte und die, nach Vertrauen in die eigenen Fähigkeiten gewichteten, Erwartungen des jeweiligen Investors. Dies hat zwar den

Vorteil, dass die Renditeerwartungen nicht auf historischen Daten beruhen, doch zur Festlegung der Kovarianzen werden dennoch historische Daten benötigt. Da bietet die COP-Methode die Möglichkeit die Renditeerwartungen auf gleiche Weise festzulegen, allerdings bei den Ko-Abhängigkeiten auch höhere Momente zu berücksichtigen. Bis auf die Variante der Least-Discrimination-Methode nach Pézier, die auf die Minimierung der Erwartungsnutzen- statt der Erwartungswertvergrösserung durch die Investorerwartung zielt, ist damit die COP-Methode überlegen. Da die Festlegung der Investorpräferenzen, die bei der Least-Discrimination nötig ist, sich als schwierig herausgestellt hat und die COP-Methode sich in allen andern Belangen als gleichwertig oder besser herausgestellt hat, ist die COP-Methode unter den Black-Litterman-basierten Modellen sicherlich zu favorisieren.
Im Folgenden werden zuerst die verteilungsbasierten, die COP-Methode eingeschlossen, und die momentbasierten Modelle untereinander verglichen, bevor sie einander direkt gegenübergestellt werden.

Vergleich der verteilungsbasierten Modelle

Wie die Verteilungen der einzelnen Anlagemöglichkeiten spezifiziert werden können, wird bei keiner Methode genauer beschrieben. Nur Meucci (2006a) gibt einige Hinweise wie dies, ausser basierend auf historischen Daten, geschehen könnte. Er erwähnt die Möglichkeit diese durch marktimplizierte Werte oder Gleichgewichtsargumente zu gewinnen. Als häufigste Lösung dieses Problems dient jedoch die Annahme der Persistenz der, aus den historischen Daten erschlossenen, Verteilung.
Der erhöhte Spielraum, den verteilungsbasierte Modelle bieten, wird nicht überall ausgenutzt. So basieren Morton et al. (2007) in ihrem Monte Carlo-Modell die Verteilungen lediglich auf den ersten vier Momenten. Ein weiteres Problem bei der Monte Carlo Methode ist sicher die fehlende Modellierung der Ko-Abhängigkeiten zwischen den verschiedenen Titeln. Das korrigiert der COP-Ansatz, der ebenfalls mit Monte Carlo Simulationen arbeitet, durch die Modellierung der Ko-Abhängigkeiten mit einer Kopula. Er kann so gesehen auch als Erweiterung des „einfachen“ Monte Carlo Modells angesehen werden. Wie die eigenen Optimierungen zur multiplen Ziele- Methode zeigen, können die Ko-Abhängigkeiten zu erstaunlichen Ergebnissen führen, was zeigt, wie wichtig es ist, auch die Ko-Abhängigkeiten in der Optimierung zu berücksichtigen.
Als Risikomass zur Portfoliooptimierung mit der, durch die COP-Methode erhaltenen Verteilung, verwendet Meucci (2006a) schliesslich den Expected Shortfall. Er betont dabei allerdings, dass mit der errechneten Verteilung auch andere Methoden benutzt werden könnten. Eine gute Möglichkeit dazu wäre sicherlich die Omega-Ratio, die ganz klar den Vorteil hat sich nicht wie der Expected Shortfall auf die Verlustmöglichkeiten zu beschränken, sondern auch das Gewinnpotential von Verteilungen berücksichtigt.
Auch das Monte Carlo-Modell berücksichtigt das Gewinn- und Verlustpotential einer Verteilung bei der Optimierung. Sie hat allerdings das Problem, dass das Gewinnpotential als Wahrscheinlichkeit gemessen wird, eine Zielrendite zu schlagen, während das Verlustpotential als Expected Shortfall bei Unterschreiten einer zweiten Benchmark angegeben wird. Bei der Festlegung der Risikosensivität muss nun ein Gewinn-Wahrscheinlichkeitswert mit einem absoluten Verlustbetrag verglichen werden.
Eine weitere verteilungsbasierte Optimierung verwendet die Target Semi Deviation als Risikomass der mSR. Sie berücksichtigt damit jegliche Verteilungsspezifikation, fokussiert allerdings nur auf mögliche Negativabweichungen und lässt wie der Expected Shortfall eventuell vorhandenes Gewinnpotential unbeachtet.

Zur Wiedergabe der Verteilungserwartungen ist die COP-Methode am besten geeignet, da die Erwartungen aus historischen Daten, Gleichgewichtsargumenten oder im Markt enthaltenen Preisen sowie der Investorsicht, gewonnen werden können und die Ko-Abhängigkeiten mit ihr berücksichtigt werden. Um aus diesen Zukunftserwartungen aufs optimale Portfolio zu schliessen eignet sich die Omega-Ratio sehr gut. Hat man ein genaueres Bild der Risikohaltung und kennt seine Benchmark für Gewinne und Verluste ist auch die von Morton et al. (2007) beschriebene Optimierungsmöglichkeit gut geeignet.

Vergleich der momentbasierten Modelle

Bei der Berücksichtigung der Nicht-Normalen Verteilung über die ersten vier Momente, stellen sich die Probleme, wie die Momente für die einzelnen Wertschriften beziehungsweise für die verschiedenen Anlageklassen bestimmt und wie die Investorpräferenzen zu den verschiedenen Momenten festgelegt werden sollen. Ersteres Problem wird von allen Modellen über die Annahme der Persistenz der historisch beobachteten Momente gelöst.
Bei der Lösung des zweiten Problems stellt sich einzig als unbestritten heraus, dass eine hohe Rendite und Schiefe sowie eine tiefe Varianz und Kurtosis erwünscht sind. Die Ansätze, wie die relativen Präferenzen aussehen, unterscheiden sich stark.
Das Modell, das das Ko-Verhalten der höheren Momente über eine multivariate Sk-t-Verteilung ergründet, berücksichtigt diese schliesslich in einer Nutzenfunktion, wo die Gewichtungen, die die einzelnen Momente erhalten, mit der Taylor-Approximation festgelegt werden. Bei der Verwendung des CFVaR als Risikomass der mSR-Maximierung werden die Gewichte über eine Regression hergeleitet. Anders verhält es sich bei der multiplen Ziele-Methode, wo die Gewichte von Rendite, Schiefe und Kurtosis frei nach den jeweiligen Investorpräferenzen festgelegt werden können, was allerdings, so war es jedenfalls bei mir, erhebliche Probleme bereiten kann.
Die Gewichtungen der höheren Momente in Berényis Risikomass werden von den Marktentschädigungen für die einzelnen Momente abgelesen. Falls sich tatsächlich Marktpreise für Schiefe und Kurtosis ablesen lassen, ist diese Methode, da zur Festlegung der Präferenzen nicht auf die Intuition abgestellt wird, sicherlich zu favorisieren, solange kein systematischer Ansatz besteht, um die Präferenzen des relevanten Investors zu bestimmen. Zur systematischen Festlegung der Präferenzen eines einzelnen Investors, bezüglich der verschiedenen Momente, wäre eine umfassendere Erforschung des menschlichen Verhaltens bei höhermomentigen Renditeverteilungen nötig.
Allerdings ist die multiple Ziele-Methode zur Gewinnung eines Eindrucks, wie die Risiken der höheren Momente in einem Portfolio reduziert werden können, gut geeignet. Sind die Daten für eine fundiertere Analyse vorhanden ist jedoch eines der Risikomasse von Berényi vorzuziehen, wo die Preise der höheren Momente von liquideren Märkten abgelesen sind. Es empfiehlt sich allerdings zur Berechnung der Portfoliomomente die Sk-t-Verteilung nach Jondeau und Rockinger (2005) zu verwenden, weil damit auch die Ko-Abhängigkeiten im Portfolio berücksichtigt werden.
Ein weiterer Vorteil des Modells von Jondeau und Rockingers ist die Berücksichtigung des dynamischen Verhaltens der Momente über die Zeit.

Vergleich der momentbasierten mit den verteilungsbasierten Modellen

Die Berücksichtigung der Nicht-Normalität über eine genaue Spezifizierung der Verteilung der betrachteten Wertschrift erlaubt eine genauere Analyse der Risiken. Doch

ist fraglich ob die zur Festlegung dieser Verteilung überhaupt genügend Daten vorhanden sind, wenn bereits die Schätzung von Schiefe und Kurtosis aufgrund der nur knapp vorliegenden Daten gemäss Davies et al. (2006) heikel ist.
Kann man allerdings eine Verteilung finden, die die Risiken adäquat wiedergibt, hat das den riesigen Vorteil, dass keine Annahmen zu den Investorpräferenzen getroffen werden müssen, wie das bei den momentbasierten Modellen, bis auf die Risikomasse von Berényi, der Fall ist.
Ganz klar ebenfalls ein Vorteil der verteilungsbasierten Modelle ist, wie Keating und Shadwick (2002) bemerken, dass nicht erst die verschiedenen Momente aus den Daten geschätzt werden müssen, was immer auch zu Schätzfehlern führen kann. Damit werden keine Informationen aus den zugrunde liegenden Daten ausgelassen, da all deren statistische Eigenschaften in der Verteilungsspezifikation berücksichtigt werden können. Damit, und weil sich dabei die Problematik der Präferenzfestlegung zwischen den Momenten nicht stellt, ist, wo es die Datenlage zulässt, eine verteilungsbasierte Optimierung einer momentbasierten grundsätzlich vorzuziehen. Eine momentbasierte Optimierung kann gerechtfertigt sein, wenn man Grund zur Annahme hat, dass die ersten vier Momente die erkennbaren, statistischen Risiken voll erfassen und man die Präferenzordnung zwischen den Momenten auf zuverlässige Weise festlegen kann, sei dies nun auf Basis beobachteter Marktpreise der verschiedenen Momente oder aufgrund einer genauen Kenntnis der Investorpräferenz.

Vergleich der Resultate

Ein Vergleich der verschiedenen Resultate, die die verschiedenen Autoren als optimale Hedge Fund-Quoten errechnet haben, ergibt kaum Sinn, da die verschiedenen Modelle jeweils unterschiedliche Datensätze verwendet, unterschiedliche Zeitreihen betrachtet und unterschiedliche Grade der Risikoaversion vermutet haben. Als Datensätze wurden auch nicht immer Hedge Funds verwendet oder lediglich verschiedene Hedge Fund-Strategien untereinander, ohne weitere Anlageklassen zu berücksichtigen, gegenübergestellt. Wieder andere Optimierungen wurden zusätzlich mit Rohstoffen, Immobilien und Private Equity durchgeführt.
Jedenfalls ergaben sich bei den Modellen die Hedge Funds mit den traditionellen Anlageklassen verglichen, optimale Hedge Fund-Anteile zwischen 4% (Pézier und White, 2008) und 89% (Heidorn, Kaiser und Muschiol, 2007). Das zeigt, auch wenn den Optimierungen sehr heterogene Inputdaten zugrunde liegen, dass die Wahl des Modells einen entscheidenden Einfluss auf das Resultat der Optimierung hat und damit fundiert begründet werden sollte.

Fazit

Wie die weit divergierenden optimalen Hedge Fund-Anteile, die die verschiedenen Modelle errechnet haben, weisen auch die Ausgestaltungen der verschiedenen Modelle eine grosse Heterogenität auf. Das zeigt die grosse Bedeutung der Wahl eines Portfolio-Optmierungsmodells. Ebenfalls gezeigt werden konnte, dass viele Innovationen bezüglich der einzelnen Schritte des Optimierungsprozesses im Hinblick auf Hedge Funds existieren. Da die einzelnen Schritte in verschiedenen Modellen gemacht werden, macht eine Kombination der jeweils besten Einzelschritte Sinn, um

den gesamten Optimierungsprozess optimal zu gestalten.
Zur Verbesserung der Qualität der Optimierung sollten die Hede Fund-Daten, um die Autokorrelation und die verschiedenen Verzerrungen zu mildern, bereinigt werden. Möchte man danach eine momentbasierte Optimierung durchführen, führt die Verwendung von Berényis Risikomassen zu zuverlässigen Resultaten, wobei die Portfoliomomente über die multivariate Sk-t-Verteilung von Jondeau und Rockinger (2005) errechnet werden sollten, um auch die Ko-Momente zu berücksichtigen. Dass die Berücksichtigung der Ko-Momente von entscheidender Bedeutung ist, konnte bei den eigenen Optimierungen zum multiplen Ziele Modell gezeigt werden, wo die Ko-Kurtosen erstaunliche Effekte auf das optimale Portfolio hatten.
Darum ist auch bei den verteilungsbasierten Modellen die Berücksichtigung der Ko-Abhängigkeiten entscheidend, wozu das COP-Modell bestens geeignet ist. Bei den auf Verteilungen basierenden Optimierungen ist sicherlich von Vorteil eine der Varianten zu verwenden, die neben dem Verlust- auch das Aufwärtspotential der Verteilung berücksichtigt.
Als Problem dieser Modelle, die die Ko-Abhängigkeiten genau modellieren, kann sich allerdings herausstellen, dass deren Schätzung mit den spärlich vorhandenen Hedge Fund-Daten in einem, in ständigem Wandel befindlichen Umfeld, auf allzu wackligen Beinen steht, so dass letztlich doch auf die leichter berechenbaren Modelle, wie die angepassten Sharpe Ratios oder die multiple Ziele Methode, abgestellt werden muss. Auch wenn deren Resultate, aus genannten Gründen, mit höchster Vorsicht zu geniessen sind, vermögen sie einem doch ein Gefühl für die Risiken der höheren Momente zu vermitteln.
Gemäss Péziers und White (2008) wird die Voraussage der Performance von alternativen Investments, darunter auch die von Hedge Funds, subjektiv bleiben. So lässt sich vielleicht auch zum Portfoliomanagement mit Hedge Funds sagen, dass es letztlich neben einer Wissenschaft zu einem guten Teil auch eine Kunst ist.

Appendix

Appendix A: Optimierungen zur multiplen Ziele-Methode

verschiedene Varianzen

Für die Optimierungen wurden die Investorpräferenzen tief für Alpha und hoch für Beta und Gamma verwendet, um die Präferenzen eines bei höheren Momenten sehr risikoaversen Investors zu simulieren.

Abbildung 13: sichere Anlage bei verschiedener Varianz

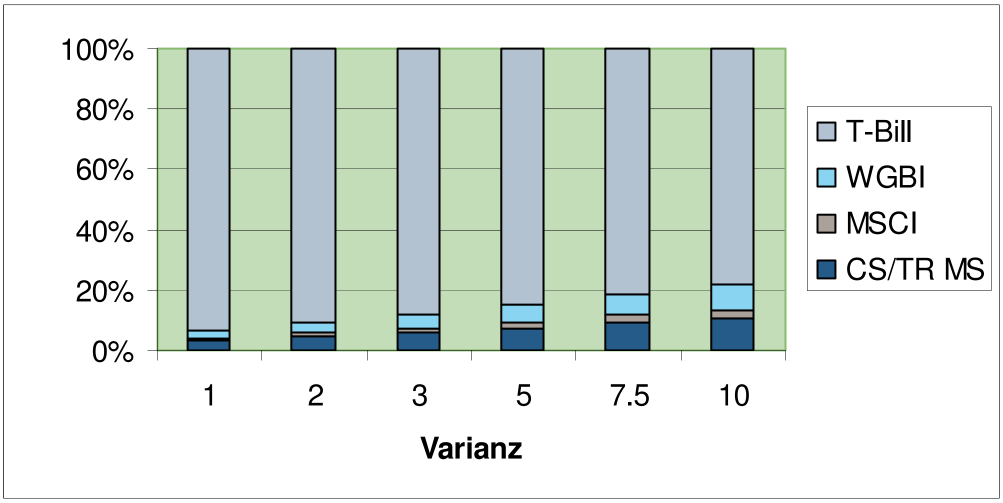
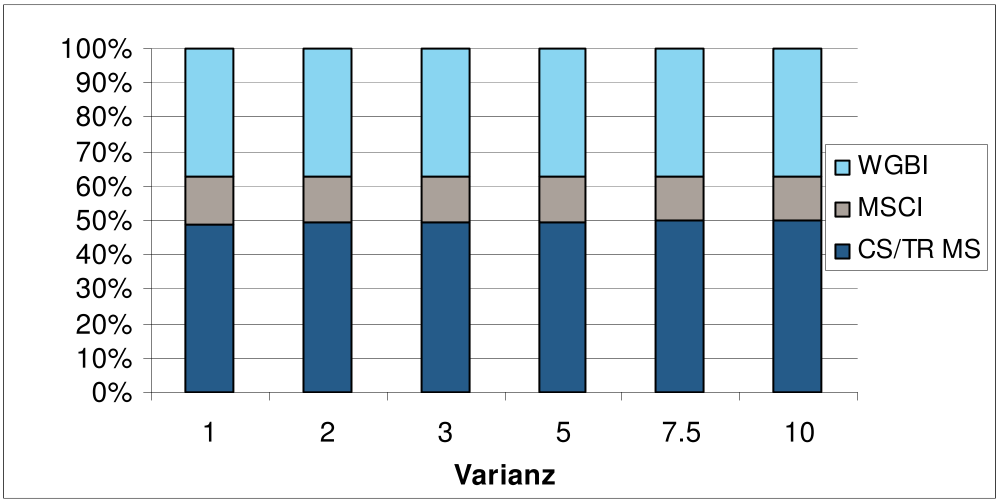


Abbildung 14: Portfoliogewichte der riskanten Anlagen bei verschiedener Varianz



Optimierung nach einem Verzerrungsabzug

Abbildung 15: Vergleich Obligationenanteile

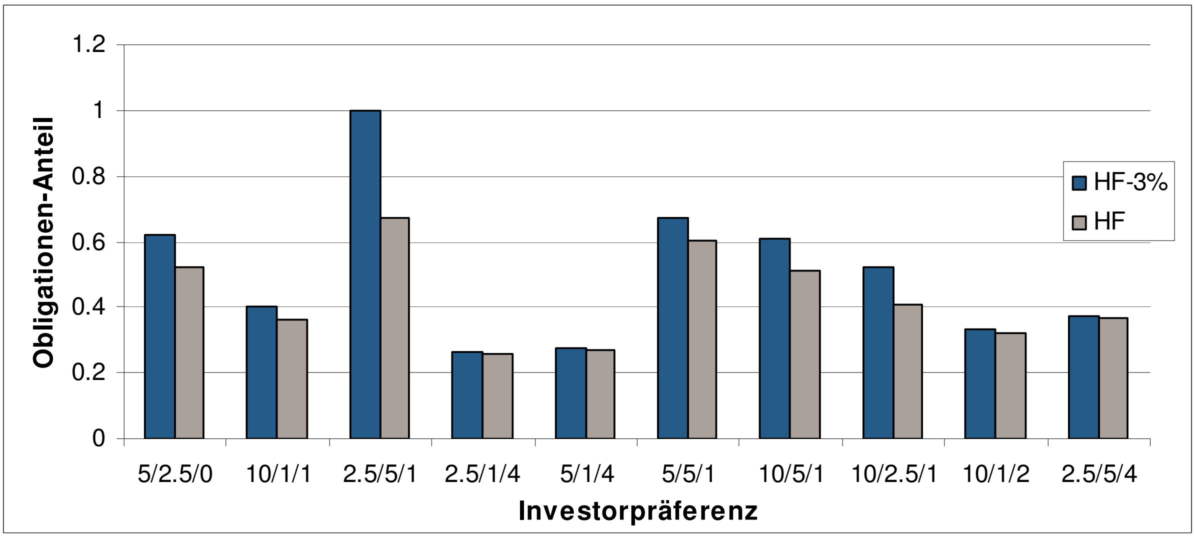


Abbildung 16: Vergleich Aktienanteile

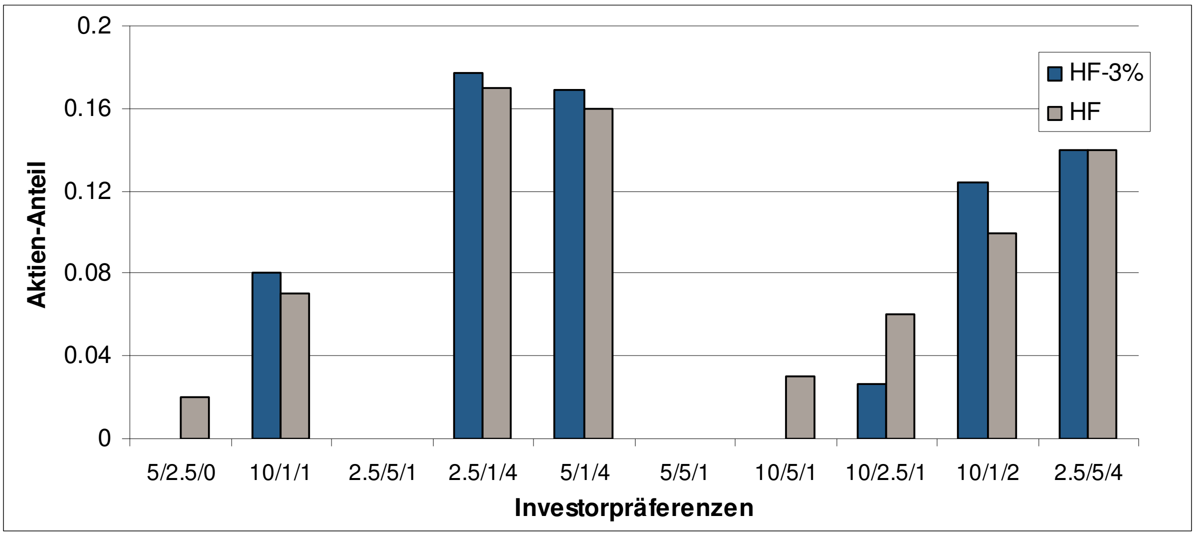
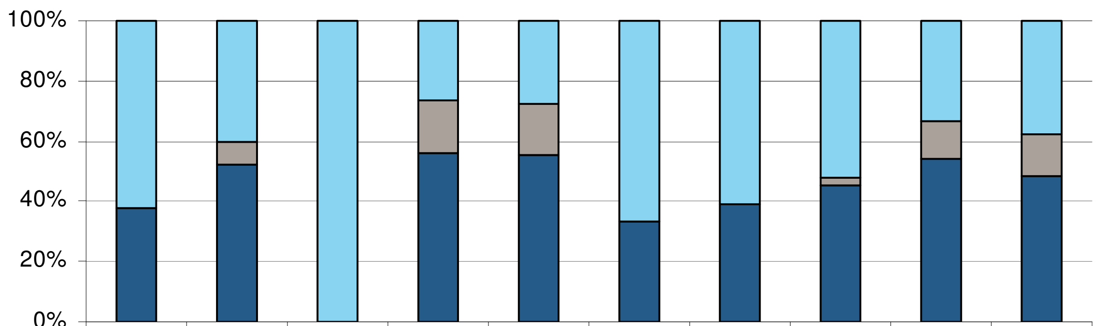


Abbildung 17: optimale Portfolios nach Verzerrungsabzug



	5/2.5/0	10/1/1	2.5/5/1	2.5/1/4	5/1/4	5/5/1	10/5/1	10/2.5/1	10/1/2	2.5/5/4
WGBI	0.62	0.40	1.00	0.27	0.28	0.67	0.61	0.52	0.34	0.37
MSCI	0.00	0.08	0.00	0.18	0.17	0.00	0.00	0.03	0.12	0.14
CS/TR MS	0.38	0.52	0.00	0.56	0.56	0.33	0.39	0.45	0.54	0.49

Appendix B: Warum ein Multi-Strategy Fund Index?

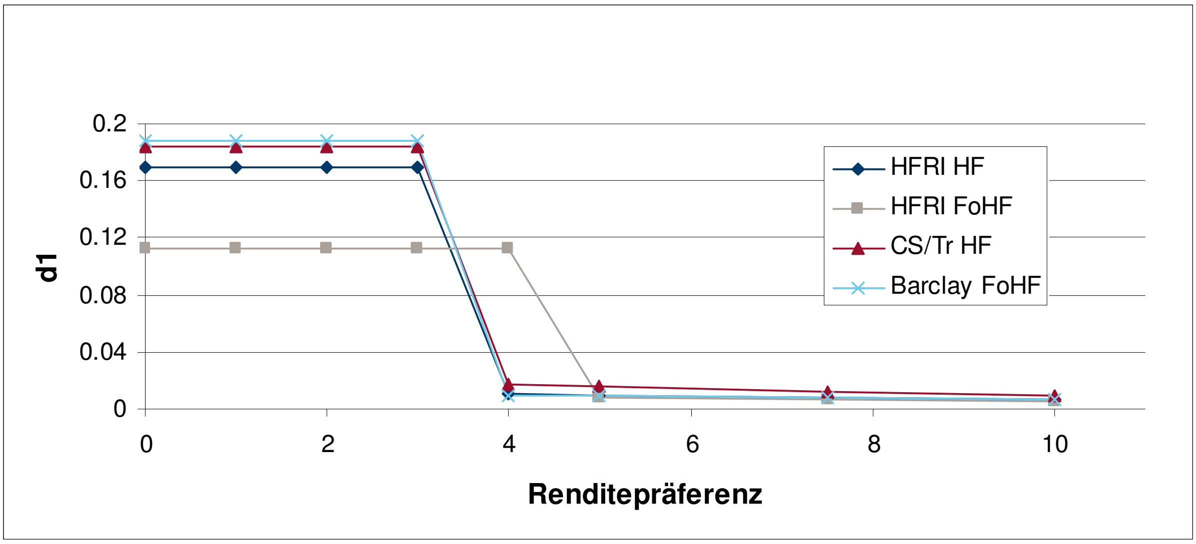
Inputdaten

Um die Vorteile der Verwendung eines Multi-Strategy Hedge Fund Indices zur Optimierung mit der multiplen Ziele-Methode und den weiteren Anlageklassen Aktien und Obligationen zu zeigen, werden Optimierungen mit den folgenden Indices durchgeführt. Zur Modellierung der Single-Hedge Fund-Industrie wird der Credit Suisse Tremont Hedge Fund (CS/TR HF) und der HFRI Fund Weighted Composite Index (HFRI HF) benützt. Der CS/Tremont ist ein kapitalgewichteter Index aus über 5000 Fonds, die alle mindestens 50 Millionen US$ managen und einen Track-Record von mindestens zwölf Monaten aufweisen. Zur Modellierung der Renditen über FoHF wird der Fund of Hedge Funds Composite Index von HFRI (HFRI FoHF) sowie der Fund of Hedge Funds Index von Barclay (Barclay FoHF) verwendet.
HFR (2008) beschreibt sich als ein Unternehmen, das sich auf die Sammlung, Aggregation und Analyse von alternativen Investments spezialisiert hat.
Als weiterer Multi-Strategy-Index dient der HFRI Multi-Strategy Index (HFRI MS).

Funktionsstörung bei FoHF- und Hedge Fund- Indices der multiplen Ziele Methode

Verwendet man statt einem Multi-Strategy-Index einen FoHF oder einen umfassenden Hedge Fund Index, erfolgt die Annäherung ans 2-Momente-Optimum bei Veränderung des entsprechenden Präferenzparameters nicht stetig, sondern abrupt. Es erfolgt ein sprunghafter Wechsel vom Portfolio, das das betrachtete Moment nicht berücksichtigt, beinahe zum jeweiligen 2-Momente Optimum, wie folgende Tabelle bei verschiedenen Indices und sich ceteris paribus veränderndern Renditepräferenz.

Abbildung 18: sprunghafte Portfoliowechsel bei FoHF und HF Indices



Die Verringerung der Abweichung vom Zwei-Momente-Optimum erfolgt darum derart abrupt, weil ab einem gewissen Präferenzparameterwert plötzlich ein komplett anderes Portfolio den niedrigeren Z-Wert hat. Dass die beiden Portfolios nicht fliessend ineinander übergehen, ist darin begründet, dass sie zwei relative Minima der Zielfunktion begründen. Wird nun der Renditepräferenzparameter erhöht, bleiben die Portfolios der Minima unverändert, doch der Z-Wert entwickelt sich zugunsten des, die Rendite stärker beachtenden, (Misch-) Portfolios. Folgende Tabelle zeigt die beiden relativen Minima HFRI Weighted Composite Index' und das Verhalten ihres Z-Wertes bei Veränderung des Renditpräferenzparameters.

Renditepräferenzparameter α	0.000	1.000	2.000	3.000	4.000	5.000
Z-Wert beim reinen Obligationenportfolio	3.000	3.170	3.369	3.602	3.874	-
d1 bei 100% Obligationen	0.170	0.170	0.170	0.170	0.170	-
d1/dtotal bei 100% Obligationen	100.0%	100.0%	100.0%	100.0%	100.0%	-
Z-Wert Mischportfolio (HF und Obligationen)	-	3.602	3.619	3.633	3.645	3.656
d1 beim Mischportfolio	-	0.018	0.015	0.013	0.011	0.010
d1/dtotal beim Mischportfolio	-	3.1%	2.5%	2.1%	1.8%	1.6%

Offensichtlich findet bei einem bestimmten Wert der Sprung vom für Schiefe und Kurtosis optimalen, reinen Obligationenportfolio zum Mischportfolio statt. Wie die Abweichungen vom 2-Momente-Optimum der Rendite d1 zeigt, befindet sich das Mischportfolio bereits sehr nahe am Optimum-Rendite-Portfolio. Ein Vergleich der prozentualen Abweichung von d1, gemessen an der Summe von d1, d3 und d4, zeigt die klaren Unterschiede der Renditegewichtung sowie das Springen der Präferenzen gar noch deutlicher. Bis zum Wert drei des Renditepräferenzparameters kommt der

Z-Wert des optimalen Portfolios (rot) voll durch die Abweichung vom Renditeoptimum zustande, danach macht dies lediglich einen marginalen Teil aus. Das zeigt allerdings auch, dass die Renditegewichtung tatsächlich nicht stetig mit den Parametern steigt, sondern bei einem bestimmten Wert plötzlich sehr stark berücksichtigt wird. Die Renditeberücksichtigung kann so nicht stetig erhöht, sondern lediglich von „off auf on geschaltet" werden.

Dass ein 100%iges Investment in Obligationen bei Indifferenz bezüglich der Rendite verfolgt werden soll, erklärt sich sofort bei Betrachtung der 2-Momente-Optima:

Abbildung 19: Zwei Momente-Optima der HF-Indices

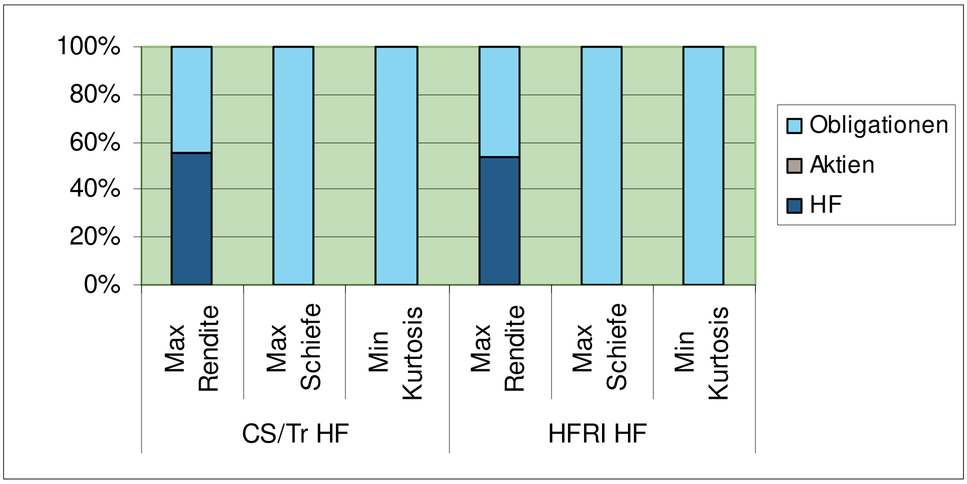
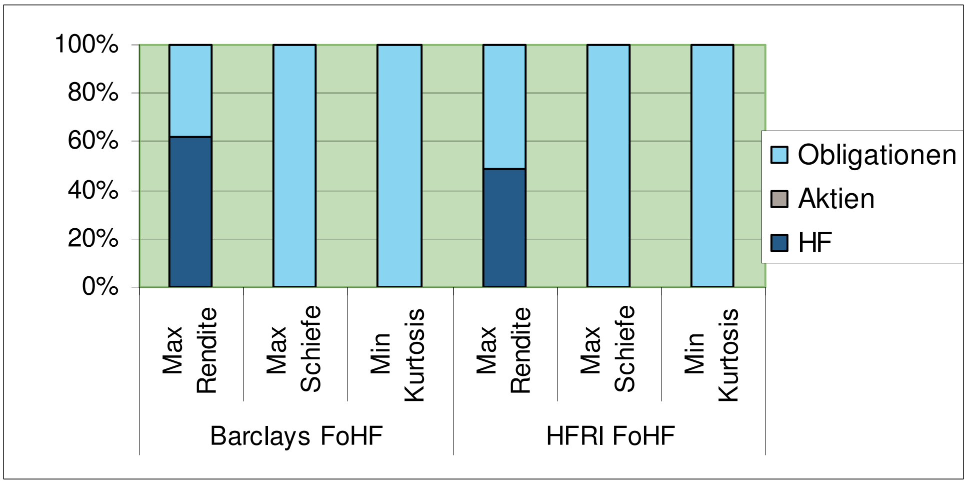


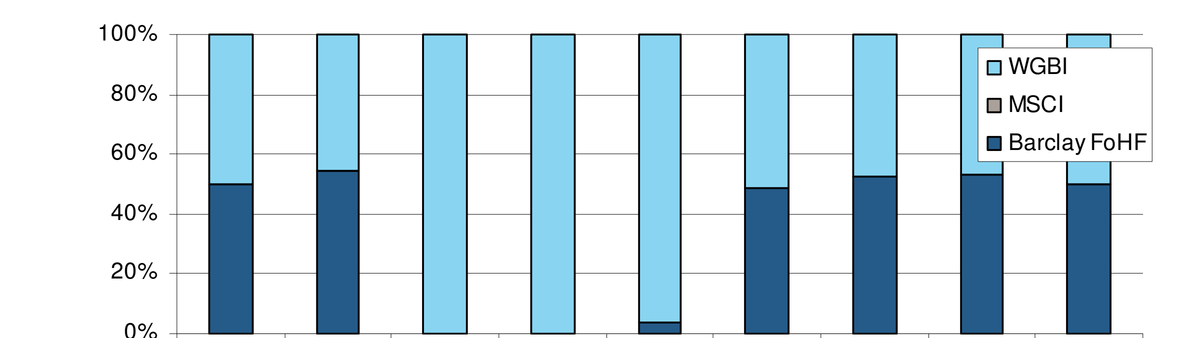
Abbildung 20: Zwei-Momente-Optima der FoHF-Indices



Bei allen Indices ist ein 100%iges Investment in Obligationen das optimale Schiefe- und Kurtosisportfolio.

Entsprechend stark ist daher die Gewichtung der Obligationen, sobald auch nur tiefe Werte für die Schiefe beziehungsweise die Kurtosispräferenz gewählt werden, wie die Optimierungen am Beispiel des Barclay FoHF Index zeigen.

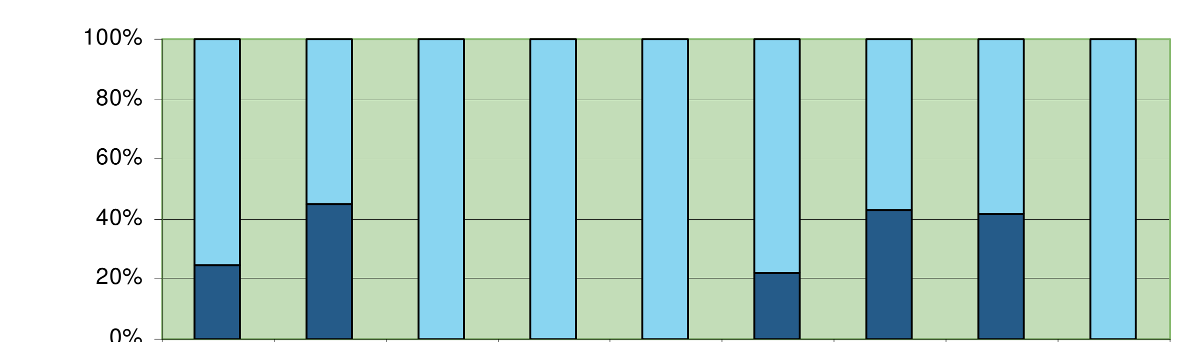
Abbildung 21: Portfoliogewichte mit FoHF



	5/2.5/0	10/1/1	2.5/5/1	5/1/4	5/5/1	10/5/1	10/2.5/1	10/1/2	2.5/5/4
WGBI	0.50	0.46	1.00	1.00	0.97	0.51	0.47	0.47	0.50
MSCI	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Barclay FoHF	0.50	0.54	0.00	0.00	0.03	0.49	0.53	0.53	0.50

Hier erkennt man klar, dass je nach Festlegung der Präferenzparameter entweder ein Portfolio sehr nahe am Renditemaximum-Portfolio oder eines sehr nahe am für Schiefe und Kurtosis optimalen Portfolio gewählt wird.
Ein etwas anderes Bild ergibt sich bei CS/Tremont Hedge Fund Index

Abbildung 22: Portfoliogewichte mit Hedge Fund-Index



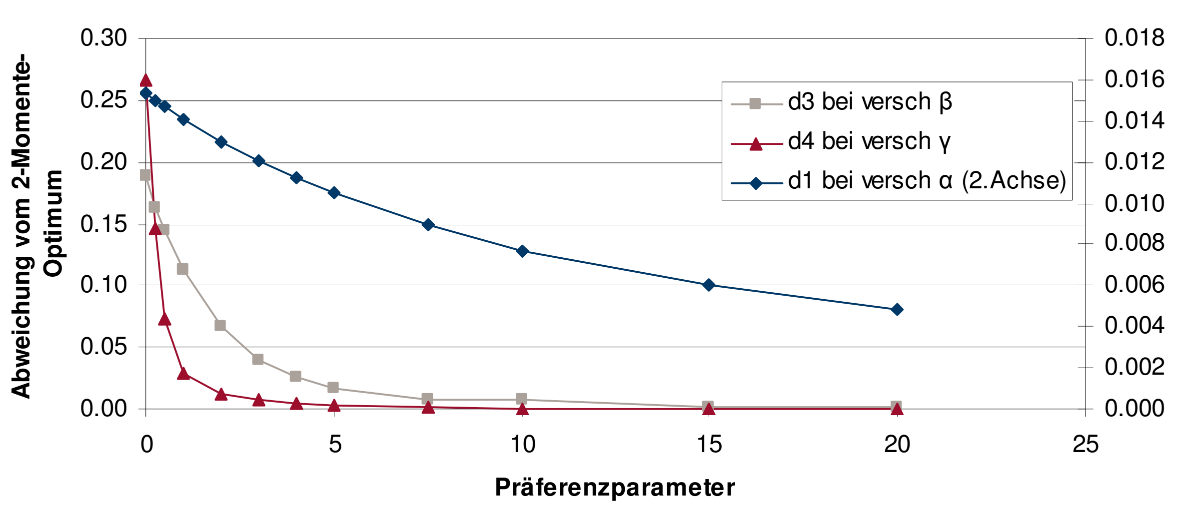
	5/2.5/0	10/1/1	2.5/5/1	5/1/4	5/5/1	10/5/1	10/2.5/1	10/1/2	2.5/5/4
WGBI	0.75	0.55	1	1	1	0.78	0.57	0.58	1
MSCI	0	0	0	0	0	0	0	0	0
CS/TR HF	0.25	0.45	0	0	0	0.22	0.43	0.42	0

Immerhin ergeben sich hier, sobald die Rendite ihren kritischen Wert überschritten hat, unterschiedliche Gewichte. Das ist der Fall, weil bei diesem Datensatz die Kurtosis bei Erhöhung ihres Präferenzparameters schrittweise stärker berücksichtigt wird. Damit lässt sie unterschiedliche Gewichtungen zu und es kann doch zu verschieden starken Gewichtungen der Hedge Funds kommen. Die On-/Off-Problematik, die durch das sprunghafte Verhalten der Rendite in Bezug auf ihr Präferenzparameter entsteht, wird somit etwas entschärft.

Verhalten eines weiteren Multi-Strategy Index

Der Multi-Strategy-Index von HFR verhält sich bei verschiedenen Werten für die Präferenzparameter wie folgt:

Abbildung 23: HFRI Multi-Strategy Index



Beim HFR Multi-Strategy Fund lässt sich bei allen Momenten eine stetige Zunahme bei verstärkter Gewichtung des zugehörigen Präferenzparameters beobachten.

Appendix C: Black Litterman

Herleitung der Marktgewichte nach Drobetz (2001)

$$\max_{\underline{w}} \underline{w}^T \underline{\pi} - \frac{\lambda \underline{w}^T \Sigma \underline{w}}{2}$$

$$\underline{w} = (\lambda\Sigma)^{-1} \underline{\pi}$$

$$\underline{\pi} = \lambda\Sigma\underline{w}$$

Appendix D: COP-Methode

Vorgehen bei der COP-Methode nach Meucci 2006b

Die Verteilungen können durch eine Wahrscheinlichkeitsdichte- (pdf), kumulative Verteilungs- oder eine charakteristische Funktion beschrieben werden. Bei Meucci (2006b) wird die Darstellung durch die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion gewählt, so dass die Marktverteilung wie folgt beschrieben werden kann:

1) $M \sim f_M$

Der Vektor Marktvektor M wird also charakterisiert durch die Verteilungsannahmen f_M bezüglich jeder seiner Komponenten. Die verschiedenen Komponenten stellen die Zufallsvariablen dar, die den Marktprior charakterisieren.
Die Investorsichten können bei Meucci wie bei Black-Litterman mittels einer K*N Pick-Matrix P beschrieben werden. Wobei jede der K Zeilen die Investorerwartung bezüglich einer Linearkombination von Markterwartungen darstellt. Um eine invertierbare Matrix zu erhalten, was später nötig sein wird, können zu jeder K*N Matrix (N-K) komplementäre Linearkombinationen angefügt werden. Diese (N-K)*N

Matrix wird $P^{\perp}$ genannt und drückt keine Sicht aus. Setzt man P und $P^{\perp}$ zusammen ergibt sich die invertierbare Matrix $\overline{P}$.

$$2)\ \overline{\mathrm{P}} \equiv \begin{pmatrix} \mathrm{P} \\ \mathrm{P}^{\perp} \end{pmatrix}$$

Diese Matrix $\overline{\mathrm{P}}$ lässt sich als Definition neuer, sicht-angepasster Koordinaten verwenden. Durch die Multiplikation mit $\overline{\mathrm{P}}$ wird der Marktvektor vom kartesischen Koordinatensystem ins Koordinatensystem mit „Sicht-Koordinaten" rotiert.

$$3)\ \mathrm{V} \equiv \overline{\mathrm{P}}\mathrm{M}$$

M und V sind äquivalente Beschreibungen des Marktpriors in verschiedenen Koordinatensystemen. M drückt den Marktprior im kartesischen, V im Sicht-Koordinatensystem aus, das durch $\overline{\mathrm{P}}$ definiert ist. Der k-te Eintrag von V ist im kartesischen Koordinatensystem die vom Markt erwartete Verteilung der, durch die k-te Zeile von P definierten, Linearkombination der 1-N Zufallsvariablen des Marktvektors M.
Zu den ersten K Zeilen von V hat der Investor eine eigene Sicht. Jede dieser Sichten lässt sich mittels einer kumulativen Verteilungsfunktion ausdrücken:

$$4)\ \hat{\mathrm{F}}_{\mathrm{k}}(\mathrm{v}) \equiv \mathrm{P}_{\mathrm{subj}}\{\mathrm{V}_{\mathrm{k}} \le \mathrm{v}\}, \mathrm{k} = 1,...,\mathrm{K}$$

Die Wahrscheinlichkeit wird kleiner gleich v statt dem üblichen x gemessen, weil man sich im Koordinatensystem der Sichten V befindet.
Auch die Verteilung des Marktes impliziert eine Verteilung für jeden der K Einträge und kann ebenfalls mit einer kumulativen Verteilungsfunktion ausgedrückt werden:

$$5)\ \mathrm{F}_{\mathrm{k}}(\mathrm{v}) \equiv \mathrm{P}_{prior}\{\mathrm{V}_{\mathrm{k}} \le \mathrm{v}\}, \mathrm{k} = 1,...,\mathrm{K}$$

Für gewöhnlich sind die marktimplizierten und die, vom Investor erwarteten, Sichten nicht identisch. Wie bei Black-Litterman gilt es darum, einen Kompromiss zwischen der erwarteten Verteilung des Marktes und der des Investors zu finden. Um die Gegensätzlichkeit aufzulösen errechnet man für jede der K Verteilungen eine posteriore Verteilung $\tilde{\mathrm{F}}_{\mathrm{k}}$, die durch Bildung eines gewichteten Durchschnitts bestimmt wird.:

$$6)\ \tilde{\mathrm{F}}_{\mathrm{k}}(\mathrm{v}) \equiv c_k\hat{\mathrm{F}}_{\mathrm{k}} + (1 - \mathrm{c}_{\mathrm{k}})\mathrm{F}_{\mathrm{k}},\ \mathrm{k} = 1,...,\mathrm{K}$$

Wobei c_k das Vertrauen des Investors in seine k-te Sicht zeigt. Die Bildung des gewichteten Durchschnitts mit c_k nach Formel 6) ergibt die posteriore Marginalverteilung für jede der K Sichten.

Um nun eine posteriore Marktverteilung zu finden, die konsistent mit den Investorsichten ist, muss zuerst die Copula errechnet werden. Die Copula gibt die gemeinsame Abhängigkeit der verschiedenen Zufallsvariablen wieder. Hier wird die Copula über die in 5) gegebenen, prioren Marktsichten bestimmt:

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} C_1 \\ \vdots \\ C_K \end{pmatrix} \stackrel{d}{=} \begin{pmatrix} F_1(V_1) \\ \vdots \\ F_K(V_K) \end{pmatrix}$$

Führt man nun die Umkehrfunktion aus, verwendet dabei aber statt den prioren Marktverteilungen, die posterioren Marginalverteilungen der Sichten, erhält man die posteriore gemeinsame Verteilung der Sichten.

$$\begin{pmatrix} \tilde{V}_1 \\ \vdots \\ \tilde{V}_K \end{pmatrix} \overset{d}{=} \begin{pmatrix} \tilde{F}_{1_1}^{-1}(C_1) \\ \vdots \\ \tilde{F}_K^{-1}(C_K) \end{pmatrix}$$

Wobei $\tilde{F}^{-1}$ die Quantilsfunktion der kumulativen Verteilungsfunktion $\tilde{F}$ ist. Als letzter Schritt muss nun mit den posterioren Verteilungen der Sichten die posteriore Verteilung des Marktes gefunden werden. Das geschieht durch die Auflösung von 3) nach M. Diese Matrixmultiplikation entspricht dem Zurückwechseln von den Sicht- auf die kartesischen Koordinaten, basierend auf der gemeinsamen posterioren Sicht.

$$\mathrm{M} \overset{\mathrm{d}}{=} \overline{\mathrm{P}}^{-1} \mathrm{V}$$

Mit dieser posterioren Marktverteilung wird schliesslich eine Portfoliooptimierung durchgeführt.

Literaturverzeichnis

Ackerman, C., McEnally, R. & Ravenscraft, D. (1999). The Performance of Hedge Funds: Risk, Returns and Incentives. *The Journal of Finance*, June 1999 (Vol. LIV No. 3), pp. 833-874

Agarwal, V. & Kale, J. (2007). On the Relative Performance of Multi-Strategy and Funds of Hedge Funds, *working paper,* June 2007

Amin, G. & Kat, H. (2003), Stocks, bonds and hedge funds: Not a free lunch!, *Journal of Portfolio Management*, 30(2), pp. 113-120

Amman, M. und Moerth, P. (2006). *Wachstum von Hedgefonds und die Auswirkung auf die Wertentwicklung*. In: Handbuch Alternative Investments. Wiesbaden: Michael Busack und Dieter G. Kaiser, pp. 321-342

Anson, M. (2002). Symmetric performance measures and asymmetric trading strategies, *Journal of Alternative Investments*, Winter 2002, pp. 81-85

Anson, M., Ho, H. & Silberstein, K. (2007). Building a Hedge Fund Portfolio with Kurtosis and Skewness, *Journal of Alternative Investments*, Summer 2007, pp. 25-33

Bacman, J. & Gawron, G. (2004): Fat tail risk in portfolios of hedge funds and traditional investments, *working paper RMF Investment Management*, January 2004

Barsbay, T. & Togher, S. (2007). Fund of Hedge Funds Portfolio Optimization Using the Omega Ratio. *The Monitor,* July/August 2007, pp. 12-14

Berényi, Z. (2001), Accounting for illiquidity and non-normality of returns in the performance assessment, *working paper,* June 2001

Black, F. & Litterman, R. (1992). Global Portfolio Optimization. *Financial Analysts Journal*, September-October, pp. 28-43

Bank for Intenational Settlement BIS (2008). Statistical Annex. *BIS Quarterly Review*, September 2008

Busse, F. & Nothaft, J. (2007). *Der Hedgefonds-Effekt*. München: FinanzBuch Verlag

Cvitanic, J., Lazrak, A., Martellini, L. & Zapatero F. (2002). Optimal Allocation to Hedge Funds: An Empirical Analysis. *working paper*, November 2002

Davies, R., Kat, H. & Lu, S. (2006), Fond of Hedge Funds Portfolio Selection: A Multiple-Objective Approach. *working paper,* May 2006

Drobetz, W. (2001). How to avoid the pitfalls in portfolio optimization? Putting the Black-Litterman approach at work. *Financial Markets and Portfolio Management*, Volume 15, pp. 59-75

Fung, W. & Hsieh, D. (2000). Performance Characteristics of Hedge Funds and Commodity Funds: Natural vs. Spurious Biases. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, September (Volume 35, No.3), pp. 290-307

Fung, W. & Hsieh, D. (2006). Hedge Funds: An industry in its Adolescence, *Economic Review*, Forth Quarter 2006, pp. 1-34

Getmansky, M. & Makarov, I. (2003). An Econometric Model of Serial Correlation and Illiquidity in Hedge Fund Returns. *working paper*, March 2003

GMO (2007). GMO 7-Year Asset Class Return Forecast. Gefunden am 17.10.2008 unter http://www.gmo.com/America/

Gueyié, J. & Amvella, P. (2006). Optimal Portfolio Allocation Using Funds of Hedge Funds. *The Journal of Wealth Management*, Fall 2006, pp. 85-95

Hedge Fund Research HFR (2008a). Global Hedge Fund Industry Report, Q2 2008

Hedge Fund Research HFR (2008b).HFR Strategy Classification System. *Hedge Fund Research Inc.*. Gefunden am 14.12.2008 unter http:// https://www.hedgefundresearch.com/index

Heidorn, T., Kaiser, D. & Muschiol, A. (2007). Portfoliooptimierung mit Hedgefonds unter Berücksichtigung höherer Momente der Verteilung. *Finanzbetrieb*, 6/2007, pp. 371-381

Inker, B., Mayo, G. & Otterloo V. (2008). Managing Portfolios in a World of Multiple Bubbles. *CFA Institute,* June 2008, pp. 22-31

Jagannathan, R. & Ma, T. (2003). Risk Reduction in Large Portfolios: Why imposing the wrong constraints helps. *The Journal of Finance*, August 2003 (Vol. LVIII, No.4), pp.1651-1680

Jondeau, E. & Rockinger M. (2002). Conditional Dependency of Financial Series: The Copula-GARCH model, *working paper*, July 2002

Jondeau, E. & Rockinger M. (2005). Conditional Asset Allocation under Non-Normality: How Costly is the Mean-Variance Criterion? *research paper*, February 2005

Kat, H. & Miffre, J. (2006). The Impact of Non-Normality Risks and Tactical Trading on Hedge Fund Alphas. *working paper*, May 2006

Keating, C. & Shadwick W. (2002a). An Introduction to Omega. *The Finance Development Centre Limited,* London 2002

Keating, C. & Shadwick W. (2002b). A Universal Performance Measure. *The Finance Development Centre Limited,* London May 2002

Liang, B. (2000). Hedge Funds: The Living and the Dead. *Journal of financial and quantitative analysis*, September 2000 (Vol.35, No.3), pp. 309-326

Markowitz, H. (1952). Portfolio Selection. *The Journal of Finance*, March 1952 (Vol. VII, No. 1), pp. 77-91

Meucci, A. (2006a), Beyond Lack-Litterman: views on non-normal markets. *Asia Risk,* April 06, pp. 54-59

Meucci, A. (2006b), Beyond Lack-Litterman: a Five-Step Recipe to Input Views on non-Normal Markets. *working paper,* May 06

Morton, D., Popova, I., Popova, E. & Morton D. (2007). Optimizing Benchmark-Based Portfolios with Hedge Funds. *The Journal of Alternative Investments*, Summer 2007, pp.35-55

Pézier, J. (2004). "Risk and Risk Aversion." In Alexander C. & Sheedy E. *The Professional Risk Managers' Handbook*, *Volume 1*. Wilmington, DE: PRMIA Publications, 2004

Pézier, J. (2007). Global Portfolio Optimization Revisited: A Least Discrimination Alternative to Black-Litterman. *discussion paper*, ICMA Centre, University of Reading

Pézier, J. & White, A. (2008). The Relative Merits of Alternative Investments in Passive Portfolios. *The Journal of Alternative Investments*, Spring 08, pp. 37-49

Purcell, D. & Crowley, P. (1998). The Reality of Hedge Funds, *Warburg Dillon Read Research Report*, October, pp. 26-44

The Economist (1998). Long-Term sickness?, *The Economist*, 1. Oktober 1998. Gefunden am 13.1.2008 unter http://www.economist.com/

The Economist (2008). Dumb money and dull diligence, *The Economist,* 18. Dezember 2008. Gefunden am 13.1.2008 unter http://www.economist.com/

World Exchange Federation (2007). Equity Domestic Market Capitalisation, *Annual Statistics*. Gefunden am 14.10.2008 unter http://www.world-exchanges.org/statistics/annual